

А. БАГРАМОВЪ и И. ХАРМАЦЪ.

ПОЛНЫЯ РѢШЕНІЯ И ПОДРОБНЫЯ ОБЪЯСНЕНІЯ

ВСѢХЪ БЕЗЪ ИСКЛЮЧЕНІЯ

(1-хъ и 2-хъ номеровъ)

# АЛГЕБРАЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ

II-ой ЧАСТИ СБОРНИКА

Н. А. ШАПОШНИКОВА и Н. К. ВАЛЬЦОВА.

---

ПО ПОСЛѢДНЕМУ ИЗДАНІЮ

(для самообразованія)

Отдѣленіе седьмое.

Возведеніе въ степень.

== Извлеченіе корня. ==

Книгоиздательство

М. С. Козмана въ Одессѣ,

## Книгоиздательство М. С. КОЗМАНА въ Одессѣ.

**Переводы съ полными словарями, комментаріями и подробнымъ синтаксическимъ  
разборомъ слѣдующихъ книгъ (по изданію Манштейна).**

(Нѣкоторые переводы съ латинскими текстами).

I, II, III, IV, V, VI, VII и VIII  
книгъ Ю. Цезаря по  
Всѣхъ 7 книгъ Ю. Цезаря  
Тоже со словаремъ  
Избран. отрывковъ Цезаря  
I, XXI, XXII и XXX книгъ  
Тита Ливія по . . .  
Съ XXII по XXX-ую книгу  
Тита Ливія . . . . .  
Избран. стих. О. Назона  
Рачей Цицерона:  
Противъ Катилины . .  
За Арція Поэта . . .  
О назнач. Гнея Помпея  
Противъ Верреса . . .  
За ц. ря Деотара . . .  
За Аннія Милона . . .  
За Квинта Лигарія . .  
I, II, III, IV, V и VI пѣсн.  
Энеиды Вергилія по 50  
Всѣхъ 6 пѣс. Э. Вергилія  
Избр. отрывк. Э. Вергилія  
Одъ и Эподы Горация .  
Сатиры Горация . . .

Югурт. войны Саллюстія  
Консп. латин. синтаксиса  
Ключъ къ учебн. латинск.  
языка Виноградова . .  
Тоже къ Михайловск. уч.  
Къ практикѣ латинскаго  
синтаксиса Виноградова  
Баумбахъ. Избран. разск.  
Нов. нѣм. писат. т. I и II по  
Лессингу. М. Барнгельмъ  
Шаллеръ Ист. 30-л. войны  
Новые французскіе писат.  
Вольтеръ, Ист. Карла XII  
Местръ Параша-Сибирячка  
Суверестри. У камина . .  
Романъ мистическаго бѣдняка  
Мольеръ. Скупой . . .  
Избран. сказокъ Гауффа.  
Лихтенштейна Гауффа по  
Манштейну. по Еше по  
К л ю ч и:  
Къ уч. нѣм. яз. Глезеръ  
и Пекольды ч. I и 2

Къ хрегоматіи Глезера  
Къ 1-й 2-й и 3-й ч. нѣм.  
хрест. Гальибекъ по . .  
Къ 1 и 2 ч. учебн. нѣм.  
яз. Аллендорфа по . .  
Ко 2-й ч. учеб. нѣм. яз.  
Мительштейнера . . .  
Ко 2-й ч. уч. франц. яз.  
Росманъ и Шмидтъ . .  
Ко 2-ой ч. учеб. франц.  
языка Триллинга . . .  
Ко 2-ой ч. уч. франц. яз.  
Шансель и Глезеръ . .  
Къ 1 и 2 ч. франц. хрест.  
Фелле и Мартенъ по . .  
Къ приг. курсу, 1 и 2 ч.  
учебн. француз. языка  
Октава Класа по . .  
Къ хрест. Окт. Класа.  
Тоже в. 1-й и 2-ой по . .  
Къ 1 и 2 ч. франц. хре-  
стом. Бастена по . . .

### ПОЛНЫЕ СЛОВАРИ КЪ:

I, II, III, IV, V, VI, VII и VIII  
книгъ Ю. Цезаря по  
8 книгамъ Цезаря . . .  
Избр. отрывкамъ Цезаря  
I, XXI, XXII и XXX книгъ  
Избр. стих. Овидія Назона  
I, II, III, IV, V и VI пѣ-  
сн. Э. Вергилія по . .  
6 пѣсн. Э. Вергилія  
Избр. отрывк. Вергилія .

Одамъ и эподамъ Горация  
Сатирамъ Горация . . .  
Рачамъ Цицерона:  
Противъ Катилины . .  
За Квинта Лигарія . .  
За Аннія Милона . . .  
За царя Деотара . . .  
О назнач. Гнея Помпея  
Противъ Верреса . . .

Югурт. войны Саллюстія.  
Книгъ за Арція Поэта . .  
Уч. лат. яз. Виноградова  
Уч. лат. яз. Михайловск.  
Франц. хрестом. Бастена  
2 ч. Шанселя и Глезера  
Хрегоматія Глезера . .

### ПОВТОРИТЕЛЬНЫЕ КУРСЫ.

Древостокимство Иванова  
Всобщ. истор. по нов. уч.  
Всобщ. ист. Бельричкова  
Древней ист. по нов. учеб.

Древней ист. Карѣева . .  
Древней ист. Иванова . .  
Древней ист. Виноградова  
Древн. ист. Добрынина 2 ч.

Древней исторія Зноико .  
Средн. ист. по нов. учебч  
Средней исторія Карѣева  
Средней исторія Иванова

Отдѣленіе седьмое.

Возведеніе въ степень.

== Извлеченіе корня. ==

## ОТДЕЛЕНИЕ VII.

### ВОЗВЕДЕНИЕ В СТЕПЕНЬ. ИЗВЛЕЧЕНИЕ КОРНЯ.

#### § 1. Возведение одночленов в степень.

В формуле  $a^n = b$  количество  $a$  называется основанием степени,  $n$  — показателем степени, а  $b$ , или равное ему  $a^n$ , —  $n$ -й степенью от  $a$ . Составление  $b$  по данным  $a$  и  $n$  называется возведением в степень.

Если показатель  $n$  есть целое положительное количество, то самая степень условно называется целой положительной. Возвести в целую положительную степень значит повторить основание множителем столько раз, сколько единиц в показателе.

Таким образом  $a^3 = a \cdot a \cdot a$ , вообще  $a^n = a \cdot a \dots a$  ( $n$  раз).

**Правило знаков.** Четная степень всякого количества, положительного или отрицательного, всегда положительна; так  $(\pm a)^{2n} = +a^{2n}$ . Нечетная степень всякого количества, положительного или отрицательного, имеет тот же знак, как основание; так  $(+a)^{2n+1} = +a^{2n+1}$ ,  $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$ .

**Теорема 1.** Степень произведения равна произведению степеней каждого из сомножителей; так  $(ab)^n = a^n b^n$ .

**Теорема 2.** Степень дроби равна степени числителя, разделенной на степень знаменателя; так  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ .

**Теорема 3.** Степень от степени получается через перемножение показателей: так  $(a^m)^n = a^{mn}$ .

**Общее правило.** Чтобы возвести одночлен в степень, нужно поставить знак по правилу знаков, возвести в требуемую степень каждый множитель и делитель и расположить результаты множителями или делителями соответственно тому, как располагались множители и делители данного одночлена.

При этом явно выраженные числа возводятся непосредственно, а к буквенным выражениям применяется третья теорема.

Например, имеем  $\left(\frac{2a^2bm}{3c^na^3}\right)^3 = \frac{8a^6b^3m}{27c^{3n}a^9}$ .

Если показатель есть целое отрицательное количество, то самая степень условно называется целой отрицательной. Всякая степень с отрицательным показателем равняется единице, разделенной на соответствующую положительную степень того же основания.

Таким образом  $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ , вообще  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

К отрицательным степеням применяется без изменения: правило знаков, все три теоремы и общее правило возведения в степень одночленов. Так  $(\pm a)^{-2n} = \pm a^{-2n}$ ,  $(\pm a)^{-2n-1} = \pm a^{-2n-1}$ ,  $(ab)^{-n} = a^{-n}b^{-n}$ ,  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}}$ ,  $(a^{-m})^n = a^{-mn}$ ,  $(a^m)^{-n} = a^{-mn}$ ,  $(a^{-m})^{-n} = a^{mn}$ .

- |   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 1. $(\pm 2)^4$                                      | 1. $(\pm 4)^3$   | 2. $(\pm 5)^3$   | 2. $(\pm 3)^5$   |
| 3. $(\pm 10)^3$                                     | 3. $(\pm 10)^4$  | 4. $(\pm 100)^4$                                       | 4. $(\pm 100)^3$                                       |
| 5. $2^{-3}$   | 5. $3^{-2}$  | 6. $5^{-1}$  | 6. $4^{-3}$  |
| 7. $(-3)^{-2}$                                      | 7. $(-2)^{-3}$   | 8. $(-1)^{-5}$   | 8. $(-5)^{-1}$   |
| 9. $(-4)^{-3}$                                      | 9. $(-3)^{-4}$   | 10. $(-6)^{-1}$  | 10. $(-1)^{-6}$  |
| 11. $(-1)^{2n}$                                     | 11. $(-1)^{2n+1}$                                      | 12. $(-1)^{3n}$  | 12. $(-1)^{3n+2}$                                      |
| 13. $(2 \cdot 3)^3$                                 | 13. $(4 \cdot 5)^2$                                    | 14. $(5 \cdot 7 \cdot 3)^2$                            | 14. $(10 \cdot 4 \cdot 3)^3$                           |
| 15. $(ab)^4$  | 15. $(ac)^5$   | 16. $(-ab)^3$  | 16. $(-cd)^6$  |
| 17. $(xyz)^7$                                       | 17. $(xzt)^{10}$                                       | 18. $(abc)^m$  | 18. $(bdf)^n$  |
| 19. $\left(\frac{a}{b}\right)^3$                    | 19. $\left(\frac{b}{a}\right)^4$                       | 20. $\left(\frac{n}{m}\right)^a$                       | 20. $\left(\frac{m}{n}\right)^b$                       |
| 21. $\left(-\frac{5}{7}\right)^2$                   | 21. $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$                      | 22. $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3$                     | 22. $\left(-1\frac{1}{4}\right)^4$                     |
| 23. $(-0,2)^5$                                      | 23. $(-0,5)^2$   | 24. $(-0,01)^4$  | 24. $(-0,001)^3$                                       |
| 25. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$                 | 25. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$                    | 26. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$                    | 26. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-4}$                    |
| 27. $(0,3)^{-3}$                                    | 27. $(0,2)^{-6}$                                       | 28. $(0,02)^{-4}$                                      | 28. $(0,05)^{-3}$                                      |
| 29. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3}$                 | 29. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}$                    | 30. $\left(\frac{c}{a}\right)^{-6}$                    | 30. $\left(\frac{d}{c}\right)^{-5}$                    |
| 31. $(a^3)^2$                                       | 31. $(a^2)^3$  | 32. $(a^5)^4$  | 32. $(a^4)^5$  |
| 33. $(-a^2)^3$                                      | 33. $(-a^3)^2$   | 34. $(-a^3)^6$   | 34. $(-a^5)^3$   |
| 35. $(-a)^{2n}$                                     | 35. $(-a)^{2n-1}$                                      | 36. $(-a^5)^{2n-1}$                                    | 36. $(-a^5)^{2n}$                                      |
| 37. $(-a^2)^{-3}$                                   | 37. $(-a^3)^{-2}$                                      | 38. $(-a^7)^{-4}$                                      | 38. $(-a^4)^{-7}$                                      |
| 39. $(-a^m)^{-6}$                                   | 39. $(-a^n)^{-5}$                                      | 40. $(-a^3)^{-2n+1}$                                   | 40. $(-a^4)^{-2n+2}$                                   |
| 41. $(a^3)^4$                                       | 41. $(a^4)^3$  | 42. $(-a^5)^{-2}$                                      | 42. $(a^{-2})^{-5}$                                    |
| 43. $(a^{-m})^{-n}$                                 | 43. $(a^{-m})^n$                                       | 44. $(a^m)^{-n}$                                       | 44. $(a^{-n})^{-m}$                                    |
| 45. $[(-a)^3]^4$                                    | 45. $[(-a)^4]^3$                                       | 46. $[(-a)^5]^3$                                       | 46. $[(-a)^3]^5$                                       |
| 47. $[(-b)^5]^m$                                    | 47. $[(-b)^3]^n$                                       | 48. $[(-b)^5]^{2n}$                                    | 48. $[(-b)^{2n}]^7$                                    |
| 49. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^4\right]^{-1}$ | 49. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-4}$ | 50. $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^{-2}$ | 50. $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}\right]^{-3}$ |
| 51. $\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^3\right]^{-2}$ | 51. $\left[\left(-\frac{b}{a}\right)^4\right]^{-3}$    | 52. $\left[\left(-\frac{b}{a}\right)^5\right]^{-3}$    | 52. $\left[\left(-\frac{a}{b}\right)^4\right]^{-6}$    |

## ОТДѢЛЕНІЕ VII.

### Возведеніе въ степень. Извлеченіе корня.

#### § 1. Возведеніе одночленовъ въ степень.

Формулы: 1)  $(ab)^n = a^n b^n$ ; 2)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ; 3)  $(a^m)^n = a^{mn}$ ; 4)  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ;

5)  $\frac{a^{-m}}{a^{-n}} = \frac{a^n}{a^m}$ ; 6)  $(\pm a)^{2n} = \pm a^{2n}$ ; 7)  $(\pm a)^{2n+1} = \pm a^{2n+1}$ ; 8)  $a^0 = 1$ .

1.  $(\pm 2)^4 = 16$ .

2.  $(\pm 5)^3 = \pm 125$ .

3.  $(\pm 10)^3 = \pm 1000$ .

4.  $(\pm 100)^4 = 100000000$ .

5.  $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ .

6.  $5^{-1} = \frac{1}{5}$ .

7.  $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$ .

8.  $(-1)^{-5} = \frac{1}{(-1)^5} = \frac{1}{-1} = -1$ .

9.  $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = \frac{1}{-64} = -\frac{1}{64}$ .

10.  $(-6)^{-1} = \frac{1}{-6} = -\frac{1}{6}$ .

11.  $(-1)^{2n} = 1$ .

1.  $(\pm 4)^2 = 16$ .

2.  $(\pm 3)^3 = \pm 243$ .

3.  $(\pm 10)^4 = 10000$ .

4.  $(\pm 100)^3 = \pm 1000000$ .

5.  $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{9}$ .

6.  $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$ .

7.  $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$ .

8.  $(-5)^{-1} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$ .

9.  $(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$ .

10.  $(-1)^{-6} = \frac{1}{(-1)^6} = \frac{1}{1} = 1$ .

11.  $(-1)^{2n+1} = -1$ .

Примѣчаніе.  $2n$  есть обобщеніе въсѣхъ четныхъ чиселъ, а  $2n+1$  всѣхъ нечетныхъ чиселъ.

12.  $(-1)^{2n} = +1$  (если  $n$  четное) и  $-1$  (если  $n$  нечетное).

12.  $(-1)^{2n+2} = +1$  (если  $n$  четное) и  $-1$  (если  $n$  нечетное).

13.  $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$ .

13.  $(4 \cdot 5)^2 = 4^2 \cdot 5^2 = 16 \cdot 25 = 400$ .

$$14. (5.7.3)^2 = 5^2.7^2.3^2 = 25.49.9 = 11025.$$

$$14. (10.4.3)^3 = 10^3.4^3.3^3 = 1728000.$$

$$\checkmark 15. (ab)^4 = a^4.b^4.$$

$$15. (ac)^5 = a^5.c^5.$$

$$\checkmark 16. (-ab)^3 = -a^3b^3.$$

$$16. (-cd)^6 = +c^6d^6.$$

$$17. (xyz)^7 = x^7y^7z^7.$$

$$17. (xzt)^{10} = x^{10}.z^{10}.t^{10}.$$

$$\checkmark 18. (abc)^m = a^m.b^m.c^m.$$

$$18. (bdf)^n = b^n.d^n.f^n.$$

$$\checkmark 19. \left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}.$$

$$19. \left(\frac{b}{a}\right)^4 = \frac{b^4}{a^4}.$$

$$20. \left(\frac{n}{m}\right)^a = \frac{n^a}{m^a}$$

$$20. \left(\frac{m}{n}\right)^b = \frac{m^b}{n^b}.$$

$$\checkmark 21. \left(-\frac{5}{7}\right)^3 = -\frac{25}{49}.$$

$$21. \left(-\frac{4}{3}\right)^3 = -\frac{64}{27}.$$

$$22. \left(-1\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{5}{3}\right)^3 = -\frac{125}{27}$$

$$22. \left(-1\frac{1}{4}\right)^4 = \left(-\frac{5}{4}\right)^4 = \frac{625}{256}.$$

$$23. (-0,2)^5 = -(0,2)^5 = -0,00032.$$

$$23. (-0,5)^2 = 0,25.$$

$$24. (-0,01)^4 = 0,00000001.$$

$$24. (-0,001)^3 = -0,000000001.$$

$$25. \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{2^{-4}}{3^{-4}} = \frac{1}{2^4} : \frac{1}{3^4} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}.$$

$$25. \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \frac{3^{-3}}{2^{-3}} = \frac{1}{3^3} : \frac{1}{2^3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}.$$

$$26. \left(\frac{3}{4}\right)^{-5} = \frac{3^{-5}}{4^{-5}} = \frac{1}{3^5} : \frac{1}{4^5} = \frac{4^5}{3^5} = \frac{1024}{243}.$$

$$26. \left(\frac{3}{5}\right)^{-4} = \frac{3^{-4}}{5^{-4}} = \frac{1}{3^4} : \frac{1}{5^4} = \frac{5^4}{3^4} = \frac{625}{81}.$$

$$27. (0,3)^{-3} = \frac{1}{(0,3)^3} = \frac{1}{0,027} = \frac{1000}{27}.$$

$$27. (0,2)^{-6} = \frac{1}{(0,2)^6} = \frac{1}{0,000064} = \frac{1000000}{64} = 15625.$$

$$28. (0,02)^{-4} = \frac{1}{(0,02)^4} = \frac{1}{0,00000016} = \frac{100000000}{16} = 6250000.$$

\*) Поступаем такъ, согласно указанію Шапошникова въ его сборникѣ, что: „къ отрицательнымъ степенямъ примѣняются безъ измѣненія правила знаковъ, всѣ три теоремы (о степеняхъ) и общее правило возведенія въ степень одночлена“. Слѣдуетъ однако оговориться, что вводить правильнымъ будетъ и такое рѣшеніе:  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = 1 : \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 1 : \frac{2^4}{3^4} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$ . Какихъ изъ указанныхъ способовъ пользоваться—это безразлично. Сказанное отно-  
сится и ко всемъ другимъ аналогичнымъ примѣрамъ.

$$28. (0.05)^{-3} = \frac{1}{(0.05)^3} = \frac{1}{0.000125} = \frac{1000000}{125} = 8000.$$

$$29. \left(\frac{1}{a}\right)^{-3} = 1 : \left(\frac{1}{a}\right)^3 = 1 : \frac{1}{a^3} = a^3.$$

$$29. \left(\frac{1}{a}\right)^{-4} = 1 : \left(\frac{1}{a}\right)^4 = 1 : \frac{1}{a^4} = a^4.$$

$$30. \left(\frac{c}{d}\right)^{-6} = 1 : \left(\frac{c}{d}\right)^6 = 1 : \frac{c^6}{d^6} = \frac{d^6}{c^6}.$$

$$30. \left(\frac{d}{c}\right)^{-5} = 1 : \left(\frac{d}{c}\right)^5 = 1 : \frac{d^5}{c^5} = \frac{c^5}{d^5}.$$

$$\checkmark 31. (a^3)^2 = a^6.$$

$$31. (a^2)^3 = a^6.$$

$$32. (a^5)^4 = a^{20}.$$

$$32. (a^4)^5 = a^{20}.$$

$$\checkmark 33. (-a^2)^3 = -a^6.$$

$$33. (-a^3)^2 = a^6.$$

$$34. (-a^8)^6 = a^{48}.$$

$$34. (-a^6)^3 = -a^{18}.$$

$$\checkmark 35. (-a)^{2n} = a^{2n} \text{ (т. к. } 2n \text{ есть число четное)}.$$

$$\checkmark 35. (-a)^{2n-1} = -a^{2n-1} \text{ (т. к. } 2n-1 \text{ есть число нечетное)}.$$

$$36. (-a^5)^{2n-1} = -a^{10n-5}.$$

$$36. (-a^3)^{2n} = a^{6n}.$$

$$37. (-a^2)^{-3} = \frac{1}{(-a^2)^3} = \frac{1}{-a^6} = -\frac{1}{a^6}.$$

$$37. (-a^3)^{-2} = \frac{1}{(-a^3)^2} = \frac{1}{a^6}.$$

$$38. (-a^7)^{-4} = \frac{1}{(-a^7)^4} = \frac{1}{a^{28}}.$$

$$38. (-a^4)^{-7} = \frac{1}{(-a^4)^7} = \frac{1}{-a^{28}} = -\frac{1}{a^{28}}.$$

$$39. (-a^m)^{-6} = \frac{1}{(-a^m)^6} = \frac{1}{a^{6m}}.$$

$$39. (-a^n)^{-5} = \frac{1}{(-a^n)^5} = \frac{1}{-a^{5n}} = -\frac{1}{a^{5n}}.$$

$$40. (-a^3)^{-2n+1} = (-a^3)^{-(2n-1)} = \frac{1}{(-a^3)^{2n-1}} = \frac{1}{-a^{6n-3}} = -\frac{1}{a^{6n-3}}.$$

$$40. (-a^4)^{-2n+2} = (-a^4)^{-(2n-2)} = \frac{1}{(-a^4)^{2n-2}} = \frac{1}{a^{8n-8}}.$$

$$41. (a^{-3})^4 = \left(\frac{1}{a^3}\right)^4 = \frac{1}{a^{12}}.$$

Примечание. Можно поступить и такъ:  $(a^{-3})^4 = a^{-12} = \frac{1}{a^{12}}.$

$$42. (a^{-4})^3 = \left(\frac{1}{a^4}\right)^3 = \frac{1}{a^{12}}.$$



$$42. (a^{-8})^{-2} = a^{16}.$$

$$42. (a^{-2})^{-5} = a^{10}.$$

*Примѣчаніе.* Къ отрицательнымъ степенямъ, какъ извѣстно, примѣняются безъ измѣненія всѣ теоремы о степеняхъ (см. въ сборн. Шапошн. и Вальц., стр. 1 и 2).

$$43. (a^{-m})^{-n} = a^{mn}.$$

$$43. (a^{-m})^n = a^{-mn}.$$

$$44. (a^m)^{-n} = a^{-mn}.$$

$$44. (a^{-n})^{-m} = a^{mn}.$$

$$45. [(-a)^3]^4 = (-a)^{12} = a^{12}.$$

$$45. [(-a)^4]^3 = (-a)^{12} = a^{12}.$$

$$46. [(-a)^5]^3 = (-a)^{15} = -a^{15}.$$

$$46. [(-a)^3]^5 = (-a)^{15} = -a^{15}.$$

$$47. [(-b)^5]^m = (-b)^{5m} = b^{5m} \text{ (если } m \text{ четное число)} \text{ и } -b^{5m} \text{ (если } m \text{ нечетное число)}.$$

$$47. [(-b)^3]^n = (-b)^{3n} = +b^{3n} \text{ (при } n \text{ четномъ)} \text{ и } -b^{3n} \text{ (при } n \text{ нечетномъ)}.$$

$$48. [(-b)^5]^{12} = (-b)^{60} = b^{60}.$$

$$48. [(-b)^{2n}]^7 = (-b)^{14n} = b^{14n}.$$

$$49. \left[ \left( -\frac{1}{2} \right)^4 \right]^{-1} = \left( \frac{1}{16} \right)^{-1} = 1 : \frac{1}{16} = 16.$$

$$49. \left[ \left( -\frac{1}{2} \right)^{-2} \right]^4 = \left( -\frac{1}{2} \right)^{-8} = 1 : \left( -\frac{1}{2} \right)^8 = 1 : \frac{1}{256} = 256.$$

$$50. \left[ \left( -\frac{2}{3} \right)^{-3} \right]^{-2} = \left( -\frac{2}{3} \right)^6 = \frac{2^6}{3^6} = \frac{64}{729}.$$

$$50. \left[ \left( -\frac{3}{2} \right)^{-2} \right]^{-3} = \left( -\frac{3}{2} \right)^6 = \frac{3^6}{2^6} = \frac{729}{64}.$$

$$51. \left[ \left( -\frac{a}{b} \right)^3 \right]^{-2} = \left( -\frac{a}{b} \right)^{-6} = 1 : \left( -\frac{a}{b} \right)^6 = 1 : \frac{a^6}{b^6} = \frac{b^6}{a^6}.$$

$$51. \left[ \left( -\frac{b}{a} \right)^4 \right]^{-3} = \left( -\frac{b}{a} \right)^{-12} = 1 : \left( -\frac{b}{a} \right)^{12} = 1 : \frac{b^{12}}{a^{12}} = \frac{a^{12}}{b^{12}}.$$

$$52. \left[ \left( -\frac{b}{a} \right)^5 \right]^{-3} = \left( -\frac{b}{a} \right)^{-15} = 1 : \left( -\frac{b}{a} \right)^{15} = 1 : -\frac{b^{15}}{a^{15}} = -\frac{a^{15}}{b^{15}}.$$

$$52. \left[ \left( -\frac{a}{b} \right)^4 \right]^{-6} = \left( -\frac{a}{b} \right)^{-24} = 1 : \left( -\frac{a}{b} \right)^{24} = 1 : \frac{a^{24}}{b^{24}} = \frac{b^{24}}{a^{24}}.$$

$$53. [(-b)^{-8}]^{-2} = (-b)^6 = b^6.$$

$$53. [(-b)^{-4}]^{-2} = (-b)^8 = b^8.$$

$$54. \left[ \left( -\frac{1}{b} \right)^{-4} \right]^{-5} = \left( -\frac{1}{b} \right)^{20} = \frac{1}{b^{20}}.$$

$$54. \left[ \left( -\frac{1}{b} \right)^{-3} \right]^{-6} = \left( -\frac{1}{b} \right)^{18} = \frac{1}{b^{18}}.$$

$$55. (2a^3)^4 = 16a^{12}.$$

$$55. (2a^4)^3 = 8a^{12}.$$

$$56. (5a^2b^3)^3 = 125a^6b^9.$$

$$56. (7a^3b^2)^3 = 343a^9b^6.$$

$$57. (6a^m b^n)^3 = 216a^{3m} b^{3n}.$$

$$57. (4a^n b^m)^3 = 64a^{3n} b^{3m}.$$

$$58. (2a^5 b^n)^m = 2^m a^{5m} b^{mn}.$$

$$58. (3a^m b^4)^n = 3^n a^{mn} b^{4n}.$$

$$59. \left( \frac{2a}{bc} \right)^4 = \frac{16a^4}{b^4 c^4}.$$

$$59. \left( \frac{3bc}{a} \right)^3 = \frac{27b^3 c^3}{a^3}.$$

$$60. \left( \frac{4a^2 c^5}{5b^3} \right)^3 = \frac{64a^6 c^{15}}{125b^9}.$$

$$60. \left( \frac{5a^4 b}{3c^2} \right)^2 = \frac{25a^8 b^2}{9c^4}.$$

53.  $[(-b)^{-3}]^{-1}$  53.  $[(-b)^{-4}]^{-2}$  54.  $\left[\left(-\frac{1}{b}\right)^{-4}\right]^{-5}$  54.  $\left[\left(-\frac{1}{b}\right)^{-3}\right]^{-6}$
55.  $(2a^3)^4$  55.  $(2a^4)^3$  56.  $(5a^2b^3)^3$  56.  $(7a^3b^2)^3$
57.  $(6a^mb^n)^3$  57.  $(4a^nb^m)^3$  58.  $(2a^2b^n)^m$  58.  $(3a^mb^4)^n$
59.  $\left(\frac{2a}{bc}\right)^4$  59.  $\left(\frac{3bc}{a}\right)^3$  60.  $\left(\frac{4a^3c^3}{5b^3}\right)^3$  60.  $\left(\frac{5a^4b}{3c^2}\right)^2$
61.  $\left(\frac{3}{4}c^7d^2f\right)^4$  61.  $\left(\frac{5}{3}c^6df^3\right)^3$
62.  $(-0,2a^2b)^5$  62.  $(-0,3a^2b^p)^4$
63.  $\left(-1\frac{3}{4}a^{2m-1}b\right)^3$  63.  $\left(-1\frac{1}{2}a^2b^{2m+1}\right)^4$
64.  $(-0,01a^{n-2}b^m)^6$  64.  $(-0,01a^{2-m}b^n)^5$
65.  $\left(\frac{2a^7b^8}{c^3a^n}\right)^5$  65.  $\left(\frac{a^{10}b^{11}}{3d^{18}f^m}\right)^4$
66.  $\left(\frac{a^mb^n}{c^{p-1}}\right)^4$  66.  $\left(\frac{a^{m-1}b^{n+1}}{c^p}\right)^5$
67.  $\left(\frac{a^{2n}b^{n+2}}{c^{mn}}\right)^n$  67.  $\left(\frac{a^{n-1}b^{1+n}}{c^{mfn}}\right)^{n+1}$
68.  $\left(\frac{a^{2m-1}}{b^{3m}}\right)^{3m+1}$  68.  $\left(\frac{a^{n+1}}{b^{n-1}}\right)^{n-1}$
69.  $\left(\frac{a^mb^{2p}}{c^p}\right)^{2p+1}$  69.  $\left(\frac{a^{2p}}{c^{3n}}\right)^{2p+1}$
70.  $\left(\frac{a^{8n+1}}{b^{3n}c^{n+3}}\right)^{8n-1}$  70.  $\left(\frac{a^{3n}b^{3m+n}}{c^{3n-1}}\right)^{4n}$
71.  $(2a^3b^{-2}c^{-1})^2$  71.  $(-3a^2b^{-1}c^{-3})^2$
72.  $\left(-\frac{2}{3}a^2b^{-1}c^3d^{-2}\right)^{-2}$  72.  $\left(-1\frac{1}{2}a^{-5}b^2c^{-1}d\right)^{-2}$
73.  $(-0,5a^{-2}b^{-n}c^{n-1})^{-1}$  73.  $(-0,4a^{-m}b^3c^{3-n})^{-1}$
74.  $(-0,04a^{m-1}b^{3-n}c^{-5})^{-2}$  74.  $(-0,02a^{-3}b^{n-1}c^{m-2})^{-2}$
75.  $\left[\left(\frac{a^2b^3}{c^3d^{-2}f}\right)^{-1}\right]^{-m}$  75.  $\left[\left(\frac{a^{-2}b^{-3}}{c^{-4}d^2f^{-1}}\right)^{-m}\right]^{-1}$
76.  $\left[\left(\frac{a^{-m}b^n}{c^{m-n}}\right)^{-m}\right]^{-n}$  76.  $\left[\left(\frac{a^nmb^{-n}}{c^m}\right)^{-n}\right]^{-m}$
77.  $\left(\frac{a^3b^{-2}}{3ca^{-3}}\right)^3 \cdot \left(\frac{3b^3c^{-2}}{a^3d}\right)^2$  77.  $\left(\frac{4a^2b}{c^{-3}a^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{ac^{-2}}{3b^3}\right)^3$
78.  $\left(\frac{a^2bd^4}{4c^3f^3}\right)^3 : \left(-\frac{b^3d^3}{2c^3f^4}\right)^3$  78.  $\left(\frac{a^3bd^{-3}}{3c^{-1}f^2}\right)^3 : \left(-\frac{b^3d^{-1}}{9c^3f}\right)^2$
79.  $\left(-\frac{a^2bx^3}{y^3}\right)^{2m-1} \cdot \left(-\frac{y^3}{ab^3x^3}\right)^{2m}$
79.  $\left(-\frac{a^3b^2x^{-1}}{y^{-2}}\right)^{2m+1} : \left(-\frac{a^2b^3x^{-1}}{y^{-1}}\right)^{-2m}$
80.  $\left(\frac{4a^{n-1}b^3c^3-x}{9x^2y^{3n-2}z^6}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2a^nb^2c^2-x}{3x^{n-1}yz^4}\right)^{-3}$
80.  $\left(-\frac{6a^{1-n}c^2x^{-1}}{5x^{-2}y^2-3n}\right)^{-2} : \left(\frac{4a^{n+3}c^{-n}}{5x^4y^{1+1}}\right)^3$

## § 2. Возведение многочленов в степень.

Квадрат многочлена равен алгебраической сумме квадратов всех его членов и удвоенных произведений всех членов, попарно взятых. Чтобы составить все эти произведения, достаточно умножать каждый член на члены, следующие за ним,

*Примечание.* Полезно помнить следующее практическое правило: если въ числитель или въ знаменатель дроби имѣются степени съ отрицательными показателями, то степени, находящіяся въ числитель, переходятъ въ знаменатель, причѣмъ показатель степени мѣняетъ знакъ на противополо-

жный, и наоборотъ. Значитъ,  $\frac{2^{-2}}{3^{-2}} = \frac{3^2}{2^2}$ , потому что  $\frac{2^{-2}}{3^{-2}} = \frac{1}{2^2} : \frac{1}{3^2} = \frac{3^2}{2^2}$ ; вообще,

$\frac{a^{-m}}{a^{-n}} = \frac{a^n}{a^m}$ , потому что  $\frac{a^{-m}}{a^{-n}} = \frac{1}{a^m} : \frac{1}{a^n} = \frac{a^n}{a^m}$ . Сказанное относится и ко всѣмъ ниже.

Слѣдующимъ примѣрамъ, гдѣ оно имѣетъ примѣненіе.

$$72. \left( -1 \frac{1}{2} a^{-5} b^2 c^{-1} d \right)^{-2} = \left( -\frac{3}{2} a^{-5} b^2 c^{-1} d \right)^{-2} = \frac{3^{-2}}{2^{-2}} a^{10} b^{-4} c^2 d^{-2} = \frac{4 a^{10} c^2}{9 b^4 d^2}.$$

$$73. (-0.5 a^{-3} b^{-n} c^{n-1})^{-1} = \left( \frac{1}{2} \right)^{-1} a^3 b^n c^{-n+1} = \left( 1 : \frac{1}{2} \right) a^3 b^n c^{1-n} = \\ = -2 \cdot 2^3 b^n c^{1-n}.$$

$$73. (-0.4 a^{-m} b^{-3} c^{-3+n})^{-1} = \left( \frac{2}{5} \right)^{-1} a^m b^3 c^{-3+n} = \left( 1 : \frac{2}{5} \right) \frac{a^m c^{n-3}}{b^3} = -\frac{5 a^m c^{n-3}}{2 b^3}.$$

$$74. (-0.04 a^{m-1} b^{2-n} c^{-5})^{-2} = \left( \frac{1}{25} \right)^{-2} a^{-2m+2} b^{-4+2n} c^{10} = \left[ 1 : \left( \frac{1}{25} \right)^2 \right] a^{2-2m} b^{2n-4} c^{10} = \\ = 625 a^{2-2m} b^{2n-4} c^{10}.$$

*Примѣч.* См. выводу на стр. 7 къ рѣш. зад. № 72.

$$74. (-0.02 a^{-3} b^{n-1} c^{m-2})^{-3} = \left( \frac{1}{50} \right)^{-3} a^9 b^{-3n+3} c^{-3m+6} = \\ = - \left[ 1 : \left( \frac{1}{50} \right)^3 \right] a^9 b^{3-3n} c^{6-3m} = -125000 a^9 b^{3-3n} c^{6-3m}.$$

$$75. \left[ \left( \frac{a^2 b^2}{c^3 d^{-2} f} \right)^{-1} \right]^{-m} = \left( \frac{a^2 b^2}{c^3 d^{-2} f} \right)^m = \frac{a^{2m} b^{2m}}{c^{3m} d^{-2m} f^m} = \frac{a^{2m} b^{2m} d^{2m}}{c^{3m} f^m}.$$

$$75. \left[ \left( \frac{a^{-2} b^{-3}}{c^{-1} d^2 f^{-1}} \right)^{-m} \right]^{-1} = \left( \frac{a^{-2} b^{-3}}{c^{-1} d^2 f^{-1}} \right)^m = \frac{a^{-2m} b^{-3m}}{c^{-m} d^{2m} f^{-m}} = \frac{c^m f^m}{a^{2m} b^{3m} d^{2m}}.$$

$$76. \left[ \left( \frac{a^{-m} b^n}{c^{m-n}} \right)^{-m} \right]^{-n} = \left( \frac{a^{-m} b^n}{c^{m-n}} \right)^{mn} = \frac{a^{-m^2 n} b^{n^2}}{c^{m^2 n - mn^2}} = \frac{b^{n^2}}{a^{m^2 n} c^{m^2 n - mn^2}}.$$

$$76. \left[ \left( \frac{a^{n-m} b^{-n}}{c^m} \right)^{-n} \right]^{-m} = \left( \frac{a^{n-m} b^{-n}}{c^m} \right)^{mn} = \frac{a^{mn^2 - m^2 n} b^{-mn^2}}{c^{m^2 n}} = \frac{a^{mn^2 - m^2 n}}{b^{mn^2} c^{m^2 n}}.$$

$$77. \left( \frac{a^3 b^{-2}}{c^2 d^{-1}} \right)^3 \cdot \left( \frac{3 b^3 c^{-2}}{a^5 d} \right)^2 = \frac{a^9 b^{-6}}{27 c^3 d^{-9}} \cdot \frac{9 b^6 c^{-4}}{a^{10} d^2} = \frac{9 a^9 b^6 b^{-6} c^{-4}}{27 a^{10} c^3 d^2 d^{-9}} = \frac{a^7}{3 a c^7}.$$

$$77. \left( \frac{4 a^2 b}{c^{-3} d^2} \right)^3 \cdot \left( \frac{3 b^3 c^{-2}}{3 b^5} \right)^3 = \frac{4^3 a^6 b^3}{c^{-9} d^6} \cdot \frac{a^3 c^{-6}}{27 b^{15}} = \frac{64 a^9 b^3 c^{-6}}{27 b^{15} c^{-9} d^6} = \frac{64 a^9 c^3}{27 b^{12} d^6}.$$

$$78. \left( \frac{a^2 b d^2}{4 c^2 f^3} \right)^3 : \left( -\frac{b^3 d^3}{2 c^3 f^2} \right)^3 = \frac{a^6 b^3 d^6}{64 c^6 f^9} : -\frac{b^3 d^3}{8 c^3 f^2} = -\frac{8 a^6 b^3 c^3 d^6 f^6}{64 b^6 c^3 d^3 f^7} = \\ = -\frac{a^6 c^3}{8 b^3 d^3 f^3}.$$

$$78. \left( \frac{a^2 b d^{-2}}{3c^{-1} f^2} \right)^3 : \left( -\frac{b^3 d^{-2}}{9c^2 f} \right)^2 = \frac{a^6 b^3 d^{-6}}{27 c^{-3} f^6} : \frac{b^6 d^{-4}}{81 c^4 f^2} = \frac{81 a^6 b^3 c^6 d^{-2} f^2}{27 b^6 c^{-3} d^{-4} f^6} = \frac{3 a^3 c^9}{b^3 d^3 f^4}.$$

$$79. \left( -\frac{a^{-1} x^2}{y^5} \right)^{2m-1} : \left( -\frac{y^3}{a^2 x^3} \right)^{2m} = -\frac{a^{1-2m-2} b^{2m-1} x^{4m-2}}{y^{3(2m-1)}} \cdot \frac{y^{6m}}{a^{2m} b^{4m} x^{6m}} =$$

$$= -\frac{a^{4m-2} b^{2m-1} x^{4m-2} y^{6m}}{a^{2m} b^{4m} x^{6m} y^{3(2m-1)}} = -\frac{a^{2m-2} y^3}{b^{2m-1} x^{2m+1}}.$$

$$79. \left( -\frac{a^3 b^2 x^{-1}}{y^{-2}} \right)^{2m+1} : \left( -\frac{a^2 b^3 x^{-1}}{y^{-1}} \right)^{-2m} = -\frac{a^{6m+6} b^{4m+2} x^{-2m-1}}{y^{-4m-2}} : \frac{a^{-2m} b^{-6m} x^m}{y^{2m}} =$$

$$= -\frac{a^{8m+6} b^{4m+2} x^{-2m-1} y^{2m}}{a^{-4m} b^{-6m} x^m y^{-4m-2}} = -\frac{a^{12m+6} b^{10m+2} y^{6m+2}}{x^{4m+1}}.$$

$$80. \left( \frac{4a^{n-1} b^3 c^2 x}{9x^2 y^{1-2} z^2} \right)^2 : \left( -\frac{2a^n b^3 c^2 x}{3xy^{n-1} z^4} \right)^{-3} =$$

$$= \frac{16 a^{2n-2} b^6 c^4 x^2}{81 x^4 y^{2-4} z^4} : \frac{2^{-3} a^{-3n} b^{-6} c^{-6} x^{-6}}{3^{-3} x^{-3} y^{-3n-3} z^{-12}} = \frac{16 \cdot 2^{-3} a^{3n-2} a^{-3n} b^6 b^{-6} c^4 c^{-6} x^2 x^{-6}}{81 \cdot 3^{-3} x^4 x^{-3} y^{6n-4} y^{3n+3} z^{4-12}} =$$

$$= \frac{2 c^2}{3 a^{n+2} x y^{3n-1}}.$$

$$80. \left( -\frac{6a^{1-n} c^2 x^{-1}}{5x^{-3} y^{2-n}} \right)^{-2} : \left( \frac{4a^{n-1} c^{-1}}{5x^4 y^{1+1}} \right)^3 = \frac{6^{-2} a^{-2+2n} c^{-4} x^2}{5^{-2} x^6 y^{-4+6n}} : \frac{64 a^{3n-3} c^{-3x}}{125 x^{12} y^{3n+3}} =$$

$$= \frac{125 \cdot 6^{-2} c^{-4} a^{2n-2} x^2 \cdot x^{12} y^{3n-3}}{64 \cdot 5^{-2} a^{3n+3} c^{-3x} x^6 y^{3n+3}} = \frac{3125 c^{3x-4} d^{2n-2} x^8}{2304 x^{3n-9} y^{3n-7}}.$$

## § 2. Возведение многочленов въ степень.

Формула:  $(a+b+c+d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd.$

$$81. (a-b+c)^2 = a^2 + (-b)^2 + c^2 + 2a(-b) + 2ac + 2(-b)c = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc.$$

$$81. (a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + (-c)^2 + 2ab + 2a(-c) + 2b(-c) = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc.$$

$$82. (a^4 + a^2 - 1)^2 = (a^4)^2 + (a^2)^2 + (-1)^2 + 2a^4 \cdot a^2 + 2a^4(-1) + 2a^2(-1) = a^8 + a^4 + 1 + 2a^6 - 2a^4 - 2a^2 = a^8 + 2a^6 - a^4 - 2a^2 + 1.$$

$$82. (a^3 - a - 1)^2 = (a^3)^2 + (-a)^2 + (-1)^2 + 2a^3(-a) + 2a^3(-1) + 2(-a)(-1) = a^6 + a^2 + 1 - 2a^4 - 2a^2 + 2a = a^6 - 2a^4 - 2a^2 + a^2 + 2a + 1.$$

$$83. (3a^2 - 2b^2 - 1)^2 = (3a^2)^2 + (-2b^2)^2 + (-1)^2 + 2 \cdot 3a^2(-2ab) + 2 \cdot 3a^2(-b^2) + 2(-2ab)(-b^2) = 9a^4 - 12a^2b^2 + 4a^4b^2 + 9a^4 - 12a^2b^2 - 2a^2b^2 + 4ab^3 + b^4.$$

$$83. (a^2 - 2ab + 3b^2)^2 = (a^2)^2 + (-2ab)^2 + (3b^2)^2 + 2a^2(-2ab) + 2a^2 \cdot 3b^2 + 2(-2ab)3b^2 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 12a^2b^2 - 12ab^3 = a^4 - 4a^3b + 10a^2b^2 - 12ab^3 + 9b^4.$$

$$84. (x^4 - 2ax^3 + 2a^2x - a^4)^2 = (x^4)^2 + (-2ax^3)^2 + (2a^2x)^2 + (-a^4)^2 + 2x^4(-2ax^3) + 2x^4 \cdot 2a^2x + 2x^4(-a^4) + 2(-2ax^3)(-a^4) + 2 \cdot 2a^2x(-a^4) = x^8 + 4a^2x^6 + 4a^4x^2 + a^8 - 4ax^7 + 4a^2x^5 - 2a^4x^4 - 4a^5x^3 + 4a^6x^2 - 4a^7x + a^8.$$

$$84. (x^3 - 3ax^2 - 6a^2x + a^3)^2 = (x^3)^2 + (-3ax^2)^2 + (-6a^2x)^2 + (a^3)^2 + 2 \cdot x^3(-3ax^2) + 2x^3(-6a^2x) + 2x^3 \cdot a^3 + 2(-3ax^2)(-6a^2x) + 2(-3ax^2)a^3 + 2(-6a^2x)a^3 = x^6 + 9a^2x^4 + 36a^4x^2 + a^6 - 6ax^5 - 12a^2x^4 + 2a^3x^3 + 36a^3x^3 - 6a^4x^2 - 12a^5x = x^6 - 6ax^5 - 3a^2x^4 + 38a^3x^3 + 30a^4x^2 - 12a^5x + a^6.$$

$$85. (3a^{3x} + 2a^{2x} + a^x + 1)^2 = (3a^{3x})^2 + (2a^{2x})^2 + (a^x)^2 + 1^2 + 2 \cdot 3a^{3x} \cdot 2a^{2x} + 2 \cdot 3a^{3x} \cdot a^x + 2 \cdot 3a^{3x} \cdot 1 + 2 \cdot 2a^{2x} \cdot a^x + 2 \cdot 2a^{2x} \cdot 1 + 2a^x \cdot 1 = 9a^{6x} + 4a^{4x} + a^{2x} + 1 + 12a^{5x} + 6a^{4x} + 6a^{3x} + 4a^{3x} + 4a^{2x} + 2a^x = 9a^{6x} + 12a^{5x} + 10a^{4x} + 10a^{3x} + 5a^{2x} + 2a^x + 1.$$

$$85. (a^{3x} - 2a^{2x} + 3a^x - 1)^2 = (a^{3x})^2 + (-2a^{2x})^2 + (3a^x)^2 + (-1)^2 + 2a^{3x}(-2a^{2x}) + 2a^{3x} \cdot 3a^x + 2a^{3x}(-1) + 2(-2a^{2x}) \cdot 3a^x + 2(-2a^{2x})(-1) + 2 \cdot 3a^x(-1) = a^{6x} + 4a^{4x} + 9a^{2x} + 1 - 4a^{5x} + 6a^{4x} - 2a^{3x} - 12a^{2x} - 6a^x = a^{6x} - 4a^{5x} + 10a^{4x} - 14a^{3x} + 13a^{2x} - 6a^x + 1.$$

$$86. (a^{2n} + a^n - 1 - a^{-n})^2 = (a^{2n})^2 + (a^n)^2 + (-1)^2 + (-a^{-n})^2 + 2a^{2n}a^n + 2a^{2n}(-1) + 2a^{2n}(-a^{-n}) + 2a^n(-1) + 2a^n(-a^{-n}) + 2(-1)(-a^{-n}) = a^{4n} + a^{2n} + 1 + a^{-2n} + 2a^{3n} - 2a^{2n} - 2a^n - 2a^{-n} - 2a^0 = a^{4n} + 2a^{3n} - a^{2n} - 4a^n - 1 + 2a^{-n} + a^{-2n}.$$

$$86. (a^3 + a^{-2n} + a^{-n} + a^{2n})^2 = a^{2n} + a^{-4n} + a^{-2n} + a^{4n} + 2a^n \cdot a^{-2n} + 2a^n \cdot a^{-n} + 2a^n \cdot a^{2n} + 2a^{-2n} \cdot a^{-n} + 2a^{-2n} \cdot a^{2n} + 2a^{-n} \cdot a^{2n} = a^{2n} + a^{-4n} + a^{-2n} + a^{4n} + 2a^{-n} + 2a^0 + 2a^{3n} + 2a^{-3n} + 2a^0 + 2a^n = a^{4n} + 2a^{3n} + a^{2n} + 4 + 2a^{-n} + a^{-2n} + 2a^{-3n} + a^{-4n}.$$

$$87. \left(a^3 - \frac{3}{2}a^2b - \frac{3}{4}ab^2 - \frac{1}{8}b^3\right)^2 = (a^3)^2 + \left(-\frac{3}{2}a^2b\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}ab^2\right)^2 + \left(-\frac{1}{8}b^3\right)^2 + 2a^3\left(-\frac{3}{2}a^2b\right) + 2a^3\left(-\frac{3}{4}ab^2\right) + 2a^3\left(-\frac{1}{8}b^3\right) + 2\left(-\frac{3}{2}a^2b\right)\left(-\frac{3}{4}ab^2\right) + 2\left(-\frac{3}{2}a^2b\right)\left(-\frac{1}{8}b^3\right) + 2\left(-\frac{3}{4}ab^2\right)\left(-\frac{1}{8}b^3\right) = a^6 + \frac{9}{4}a^4b^2 + \frac{9}{16}a^2b^4 + \frac{1}{64}b^6 - 3a^5b - \frac{3}{2}a^4b^2 - \frac{1}{4}a^3b^3 + \frac{9}{4}a^3b^3 + \frac{3}{8}a^2b^4 + \frac{3}{16}ab^5 = a^6 - 3a^5b + \frac{3}{4}a^4b^2 + 2a^3b^3 + \frac{15}{16}a^2b^4 + \frac{3}{16}ab^5 + \frac{1}{64}b^6.$$

$$87. \left(a^3 - \frac{3}{4}a^2b + \frac{3}{8}ab^2 + \frac{1}{2}b^3\right)^2 = (a^3)^2 + \left(-\frac{3}{4}a^2b\right)^2 + \left(\frac{3}{8}ab^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}b^3\right)^2 + 2a^3\left(-\frac{3}{4}a^2b\right) + 2a^3\left(\frac{3}{8}ab^2\right) + 2a^3\left(\frac{1}{2}b^3\right) + 2\left(-\frac{3}{4}a^2b\right)\left(\frac{3}{8}ab^2\right) + 2\left(-\frac{3}{4}a^2b\right)\left(\frac{1}{2}b^3\right) + 2\left(\frac{3}{8}ab^2\right)\left(\frac{1}{2}b^3\right) = a^6 + \frac{9}{16}a^4b^2 + \frac{9}{64}a^2b^4 + \frac{1}{4}b^6 - \frac{3}{2}a^5b + \frac{3}{4}a^4b^3 + a^3b^3 - \frac{9}{16}a^3b^4 - \frac{3}{4}a^2b^4 + \frac{3}{8}ab^5 = a^6 - \frac{3}{2}a^5b + \frac{3}{16}b^2(3+4b)a^4 - \frac{1}{16}b^3(9b-16)a^3 + \frac{3}{64}b^4(3b^2-16)a^2 + \frac{3}{8}ab^5 + \frac{1}{4}b^6.$$

\*)  $2a^0 = 2 \cdot 1 = 2(a^0 = 1, \text{ потому что всякое количество въ нулевой степени} = 1).$

$$\begin{aligned}
 88. \left( x^n - \frac{1}{2}x^3 + 2\frac{1}{2}x^{-3} + \frac{4}{3}x^{-n} \right)^2 &= (x^n)^2 + \left( -\frac{1}{2}x^3 \right)^2 + \left( \frac{5}{2}x^{-3} \right)^2 + \\
 &+ \left( \frac{4}{3}x^{-n} \right)^2 + 2x^n \left( -\frac{1}{2}x^3 \right) + 2x^n \cdot \frac{5}{2}x^{-3} + 2x^n \cdot \frac{4}{3}x^{-n} + 2 \left( -\frac{1}{2}x^3 \right) \cdot \frac{5}{2}x^{-3} + \\
 &+ 2 \left( -\frac{1}{2}x^3 \right) \cdot \frac{4}{3}x^{-n} + 2 \cdot \frac{5}{2}x^{-3} \cdot \frac{4}{3}x^{-n} = x^{2n} + \frac{1}{4}x^6 + \frac{25}{4}x^{-6} + \\
 &+ \frac{16}{9}x^{-2n} - x^{n+3} + 5x^{n-3} + \frac{8}{3} - \frac{5}{2} - \frac{4}{3}x^{3-n} + \frac{20}{3}x^{-n-3} = x^{2n} - x^{n+3} + 5x^{n-3} + \\
 &+ \frac{1}{4}x^6 + \frac{1}{6} + \frac{25}{4}x^{-6} - \frac{4}{3}x^{3-n} + \frac{20}{3}x^{-n-3} + \frac{16}{9}x^{-2n}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 88. \left( -x^{2n} + x^{-2n} - \frac{1}{5}x^2 + 3\frac{1}{2}x^{-2} \right)^2 &= (-x^{2n})^2 + (x^{-2n})^2 + \left( -\frac{1}{5}x^2 \right)^2 + \\
 &\left( \frac{7}{2}x^{-2} \right)^2 + 2(-x^{2n})x^{-2n} + 2(-x^{2n}) \left( -\frac{1}{5}x^2 \right) + 2(-x^{2n}) \cdot \frac{7}{2}x^{-2} + 2x^{-2n} \left( -\frac{1}{5}x^2 \right) + \\
 &+ 2x^{-2n} \cdot \frac{7}{2}x^{-2} + 2 \left( -\frac{1}{5}x^2 \right) \cdot \frac{7}{2}x^{-2} = x^{4n} + x^{-4n} + \frac{1}{25}x^4 + \frac{49}{4}x^{-4} - 2 + \\
 &+ \frac{2}{5}x^{2n+2} - 7x^{2n-2} - \frac{2}{5}x^{2-2n} + 7x^{-2n-2} - \frac{7}{5} = x^{4n} + \frac{2}{5}x^{2n+2} - 7x^{2n-2} + \\
 &+ \frac{1}{25}x^4 - 3\frac{2}{5} + \frac{49}{4}x^{-4} - \frac{2}{5}x^{2-2n} + 7x^{-2n-2} + x^{-4n}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 89. (a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 2a + 1)^2 &= (a^4)^2 + (-2a^3)^2 + (3a^2)^2 + (-2a)^2 + 1^2 + 2a^4(-2a^3) + \\
 &+ 2a^4 \cdot 3a^2 + 2a^4(-2a) + 2a^4 \cdot 1 + 2(-2a^3) \cdot 3a^2 + 2(-2a^3)(-2a) + 2(-2a^3) \cdot 1 + \\
 &+ 2 \cdot 3a^2(-2a) + 2 \cdot 3a^2 \cdot 1 + 2(-2a) \cdot 1 = a^8 + 4a^6 + 9a^4 + 4a^2 + 1 - 4a^7 + 6a^6 - 4a^5 + \\
 &+ 2a^4 - 12a^5 + 8a^4 - 4a^3 - 12a^3 + 6a^2 - 4a = a^8 - 4a^7 + 10a^6 - 16a^5 + 19a^4 - 16a^3 + \\
 &+ 10a^2 - 4a + 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 89. (a^8 - 4a^6 + 6a^4 + 4a^2 - 1)^2 &= (a^8)^2 + (-4a^6)^2 + (-6a^4)^2 + (4a^2)^2 + (-1)^2 + \\
 &+ 2a^8(-4a^6) + 2a^8(-6a^4) + 2a^8 \cdot 4a^2 + 2a^8(-1) + 2(-4a^6)(-6a^4) + 2(-4a^6) \cdot 4a^2 + \\
 &+ 2(-4a^6)(-1) + 2(-6a^4) \cdot 4a^2 + 2(-6a^4)(-1) + 2 \cdot 4a^2(-1) = a^{16} + 16a^{12} + 36a^8 + 16a^4 + \\
 &+ 1 - 8a^{14} - 12a^{12} + 8a^{10} - 2a^8 + 48a^{10} - 32a^8 + 8a^6 - 48a^6 + 12a^4 - 8a^2 = a^{16} - 8a^{14} + \\
 &+ 4a^{12} + 56a^{10} + 2a^8 - 40a^6 + 28a^4 - 8a^2 + 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 90. (a^x + 2a^{x-1} - a^{x-2} - 4a^{x-3} - 5)^2 &= (a^x)^2 + (2a^{x-1})^2 + (-a^{x-2})^2 + (-4a^{x-3})^2 + \\
 &+ (-5)^2 + 2a^x \cdot 2a^{x-1} + 2a^x(-a^{x-2}) + 2a^x(-4a^{x-3}) + 2a^x(-5) + 2 \cdot 2a^{x-1}(-a^{x-2}) + \\
 &+ 2 \cdot 2a^{x-1}(-4a^{x-3}) + 2 \cdot 2a^{x-1}(-5) + 2(-a^{x-2})(-4a^{x-3}) + 2(-a^{x-2})(-5) + \\
 &+ 2(-4a^{x-3})(-5) = a^{2x} + 4a^{2x-2} + a^{2x-4} + 16a^{2x-6} + 25 + \\
 &+ 4a^{2x-1} - 2a^{2x-2} - 8a^{2x-3} - 10a^x - 4a^{2x-3} - 16a^{2x-4} - 20a^{x-1} + 8a^{2x-5} + 10a^{x-2} + \\
 &+ 40a^{x-3} = a^{2x} + 4a^{2x-1} + 2a^{2x-2} - 12a^{2x-3} - 15a^{2x-4} + 8a^{2x-5} + 16a^{2x-6} - 10a^x - 20a^{x-1} + \\
 &+ 10a^{x-2} + 40a^{x-3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 90. (a^{x+3} - 2a^{x+2} - a^{x+1} - 3a^x - 7)^2 &= (a^{x+3})^2 + (-2a^{x+2})^2 + (-a^{x+1})^2 + (-3a^x)^2 + \\
 &+ (-7)^2 + 2a^{x+3}(-2a^{x+2}) + 2a^{x+3}(-a^{x+1}) + 2a^{x+3}(-3a^x) + 2a^{x+3}(-7) + \\
 &+ 2(-2a^{x+2})(-a^{x+1}) + 2(-2a^{x+2})(-3a^x) + 2(-2a^{x+2})(-7) + 2(-a^{x+1})(-3a^x) + \\
 &+ 2(-a^{x+1})(-7) + 2(-3a^x)(-7) = a^{2x+6} + 4a^{2x+4} + a^{2x+2} + 9a^{2x} +
 \end{aligned}$$

$$+49-4a^{21}+2a^{22}+6a^{23}+14a^{24}+4a^{25}+12a^{26}+28a^{27}+6a^{28}+14a^{29}+42a^{30}+14a^{31}+42a^{32}+49.$$

Формула.  $(a+b+c+d)^3 = a^3+b^3+c^3+d^3+3a^2b+3a^2c+3a^2d+3b^2a+3b^2c+3b^2d+3c^2a+3c^2b+3c^2d+3d^2a+3d^2b+3d^2c+6abc+6abd+6acd+6bcd.$

$$91. (a+b+c)^3 = a^3+b^3+c^3+3a^2b+3a^2c+3b^2a+3b^2c+3c^2a+3c^2b+6abc.$$

$$91. (a-b+c)^3 = a^3+(-b)^3+c^3+3a^2(-b)+3a^2c+3(-b)^2a+3(-b)^2c+3c^2a+3c^2(-b)+6a(-b)c = a^3-b^3+c^3-3a^2b+3a^2c+3b^2a+3b^2c+3c^2a-3c^2b-6abc.$$

$$92. (1-x+x^2)^3 = 1^3+(-x)^3+(x^2)^3+3 \cdot 1^2(-x)+3 \cdot 1^2 \cdot x^2+3(-x)^2 \cdot 1+3(-x)^2 \cdot x^2+3(x^2)^2(-x)+6 \cdot 1(-x)x^2 = 1-x^3+x^6-3x+3x^2+3x^4-3x^5-8x^3+x^6-6x^4-7x^5+6x^2-3x+1.$$

$$92. (1+2x-x^2)^3 = 1^3+(2x)^3+(-x^2)^3+3 \cdot 1^2 \cdot 2x+3 \cdot 1^2(-x^2)+3 \cdot (2x)^2 \cdot 1+3(2x)^2(-x^2)+3(-x^2)^2 \cdot 2x+6 \cdot 1 \cdot 2x(-x^2) = 1+8x^3-x^6+6x-8x^2+12x^2-12x^4+3x^4+6x^5-12x^3=1+6x+9x^2-4x^3-9x^4+6x^5-x^6.$$

$$93. (a^3-3a-1)^3 = (a^3)^3+(-3a)^3+(-1)^3+3(a^3)^2(-3a)+3(a^3)^2(-1)+3(-3a)^2a^3+3(-3a)^2(-1)+3(-1)^2a^3+3(-1)^2(-3a)+6a^2(-3a)(-1) = a^9-27a^3-1-9a^5-3a^4+27a^4-27a^2+3a^2-9a+18a^3 = a^9-9a^5+24a^4-9a^3-24a^2-9a-1.$$

$$93. (3a^2-2a+1)^3 = (3a^2)^3+(-2a)^3+1^3+3(3a^2)^2(-2a)+3(3a^2)^2 \cdot 1+3(-2a)^2 \cdot 3a^2+3(-2a)^2 \cdot 1+3 \cdot 1^2 \cdot 3a^2+3 \cdot 1^2(-2a)+6 \cdot 3a^2(-2a) \cdot 1 = 27a^6-8a^3+1+54a^5+27a^4+36a^4+12a^2+9a^2-6a-36a^3 = 27a^6-54a^5+63a^4-44a^3+21a^2-6a+1.$$

$$94. (2a^2+ab-3b^2)^3 = (2a^2)^3+(ab)^3+(-3b^2)^3+3(2a^2)^2 \cdot ab+3 \cdot (2a^2)^2(-3b^2)+3(ab)^2 \cdot 2a^2+3(ab)^2(-3b^2)+3(-3b^2)^2 \cdot 2a^2+3(-3b^2)^2ab+6 \cdot 2a^2 \cdot ab(-3b^2) = 8a^6+a^3b^3-27b^6+12a^5b-36a^4b^2+6a^4b^3-9a^3b^4+54a^2b^4+27ab^5-36a^2b^3-8a^6+12a^5b-30a^4b^2-35a^3b^3+45a^2b^4+27ab^5-27b^6.$$

$$94. (a^2+3ab+2b^2)^3 = (a^2)^3+(3ab)^3+(2b^2)^3+3(a^2)^2 \cdot 3ab+3(a^2)^2 \cdot 2b^2+3(3ab)^2a^2+3(3ab)^2 \cdot 2b^2+3(2b^2)^2 \cdot a^2+3(2b^2)^2 \cdot 3ab+6 \cdot a^2 \cdot 3ab \cdot 2b^2 = a^6+27a^3b^3+36b^6+9a^5b+6a^4b^2+27a^4b^2+54a^2b^4+12a^2b^4+36ab^5+36a^3b^3 = a^6+9a^5b+33a^4b^2+63a^3b^3+66a^2b^4+36ab^5+36b^6.$$

$$95. \left(x^2+2-\frac{3}{x}\right)^3 = (x^2)^3+2^3+\left(-\frac{3}{x}\right)^3+3(x^2)^2 \cdot 2+3(x^2)^2\left(-\frac{3}{x}\right)+3 \cdot 2^2 \cdot x^2+3 \cdot 2^2\left(-\frac{3}{x}\right)+3\left(-\frac{3}{x}\right)^2x^2+3\left(-\frac{3}{x}\right)^2 \cdot 2+6 \cdot x^2 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{3}{x}\right) = x^6+8-\frac{27}{x^3}+6x^4-9x^3+12x^2-\frac{36}{x}+27+\frac{54}{x^2}-36x = x^6+6x^4-9x^3+12x^2-36x+27+\frac{36}{x}+\frac{54}{x^2}-\frac{27}{x^3}.$$

$$95. \left(x-3-\frac{2}{x^2}\right)^3 = x^3+(-3)^3+\left(-\frac{2}{x^2}\right)^3+3x^2(-3)+3x^2\left(-\frac{2}{x^2}\right)+3(-3)^2x+3(-3)\left(-\frac{2}{x^2}\right)+3\left(-\frac{2}{x^2}\right)^2x+3\left(-\frac{2}{x^2}\right)^2(-3)+6x(-3)\left(-\frac{2}{x^2}\right) = x^3-27-\frac{8}{x^6}-9x^2-6+27x-\frac{54}{x^2}+\frac{12}{x^3}-\frac{36}{x^4}+\frac{36}{x} = x^3-9x^2+27x-33+\frac{36}{x}-\frac{54}{x^2}+\frac{12}{x^3}-\frac{36}{x^4}-\frac{8}{x^6}.$$

$$96. \left(a^3b^2-\frac{4a^3}{b}-\frac{b}{2a^2}\right)^3 = (a^3b^2)^3+\left(-\frac{4a^3}{b}\right)^3+\left(-\frac{b}{2a^2}\right)^3+3(a^3b^2)^2\left(-\frac{4a^3}{b}\right)+3(a^3b^2)^2\left(-\frac{b}{2a^2}\right)+3\left(-\frac{4a^3}{b}\right)^2a^3b^2+3\left(-\frac{4a^3}{b}\right)^2\left(-\frac{b}{2a^2}\right)+3\left(-\frac{b}{2a^2}\right)^2a^3b^2+3\left(-\frac{b}{2a^2}\right)^2\left(-\frac{4a^3}{b}\right)+6 \cdot a^3b^2\left(-\frac{4a^3}{b}\right)\left(-\frac{b}{2a^2}\right) = a^9b^6-\frac{64a^9}{b^3}-\frac{b^3}{8a^6}-12a^8b^3-\frac{3}{2}a^4b^5+48a^7-\frac{24a^2}{b}+\frac{3b^4}{4a}-\frac{3b}{a^3}+12a^3b^2 = a^9b^6-12a^8b^3+48a^7-\frac{64a^9}{b^3}-\frac{3a^4b^5}{2}+12a^3b^2-\frac{24a^2}{b}+\frac{3b^4}{4a}-\frac{3b}{a^3}-\frac{b^3}{8a^6}.$$

$$96. \left(-ab^2+\frac{3}{b^2}-\frac{2}{3a}\right)^3 = (-ab^2)^3+\left(\frac{3}{b^2}\right)^3+\left(-\frac{2}{3a}\right)^3+3(-ab^2)^2\left(\frac{3}{b^2}\right)+3(-ab^2)^2\left(-\frac{2}{3a}\right)+3\left(\frac{3}{b^2}\right)^2(-ab^2)+3\left(\frac{3}{b^2}\right)^2\left(-\frac{2}{3a}\right)+3\left(-\frac{2}{3a}\right)^2(-ab^2)+3\left(-\frac{2}{3a}\right)^2\left(\frac{3}{b^2}\right)+6(-ab^2)\left(\frac{3}{b^2}\right)\left(-\frac{2}{3a}\right) = -a^3b^6+\frac{27}{b^6}-\frac{8}{27a^3}+3(-ab^2)^2\left(\frac{3}{b^2}\right)+3(-ab^2)^2\left(-\frac{2}{3a}\right)+3\left(\frac{3}{b^2}\right)^2(-ab^2)+3\left(\frac{3}{b^2}\right)^2\left(-\frac{2}{3a}\right)+3\left(-\frac{2}{3a}\right)^2(-ab^2)+3\left(-\frac{2}{3a}\right)^2\left(\frac{3}{b^2}\right)+6(-ab^2)\left(\frac{3}{b^2}\right)\left(-\frac{2}{3a}\right) = -a^3b^6+\frac{27}{b^6}-\frac{8}{27a^3}+9a^2b^2-2ab^4-\frac{27a}{b^3}-\frac{18}{ab^4}-\frac{4b^2}{3a}+\frac{4}{a^2b^2}+12 = -a^3b^6+9a^2b^2-2ab^4-\frac{27a}{b^3}+12-\frac{18}{ab^4}-\frac{4b^2}{3a}+\frac{4}{a^2b^2}-\frac{8}{27a^3}+\frac{27}{b^6}.$$

$$97. [(a-1)^2]^3 = (a^2-2a+1)^3 = (a^2)^3+(-2a)^3+1^3+3(a^2)^2(-2a)+3(a^2)^2 \cdot 1+3(-2a)^2 \cdot a^2+3(-2a)^2 \cdot 1+3 \cdot 1^2 \cdot a^2+3 \cdot 1^2(-2a)+6 \cdot a^2(-2a) \cdot 1 = a^6-4a^3+1+12a^5-8a^3+1+4a^3+2a^2-4a = a^6-4a^3+1+4a^3+6a^2-4a+1.$$

$$97. [(1-b)^2]^3 = (1-2b+b^2)^3 = 1^3+(-2b)^3+(b^2)^3+3 \cdot 1^2(-2b)+3 \cdot 1^2 \cdot b^2+3(-2b)^2 \cdot 1+3(-2b)^2 \cdot b^2+3(b^2)^2 \cdot 1+3(b^2)^2 \cdot (-2b)+6 \cdot 1(-2b)b^2 = 1-4b^3+b^6+12b-8b^3+3b^2+12b^2-4b^3+6b^3-4b^3+6b^3-4b+1 = 1+4b^3+b^6-4b+2b^2-4b^3 = b^6-4b^3+2b^2-4b+1.$$

$$98. [(2a-1)^2]^3 = (5a^2-12a+1)^3 = (5a^2)^3+(-12a)^3+1^3+3(5a^2)^2(-12a)+3(5a^2)^2 \cdot 1+3(-12a)^2 \cdot 5a^2+3(-12a)^2 \cdot 1+3 \cdot 1^2 \cdot 5a^2+3 \cdot 1^2(-12a)+6 \cdot 5a^2(-12a) \cdot 1 = 125a^6-1728a^3+1+300a^5-720a^3+1+144a^3+96a^4-16a^3-144a^3+24a^2-12a = 125a^6-1728a^3+240a^4-160a^3+60a^2-12a+1.$$

$$98. [(3a+1)^2]^3 = (27a^3+27a^2+9a+1)^3 = (27a^3)^3+(27a^2)^3+(9a)^3+1^3+3(27a^3)^2(27a^2)+3(27a^3)^2(9a)+3(27a^3)^2 \cdot 1+3(27a^2)^2(27a^3)+3(27a^2)^2(9a)+3(27a^2)^2 \cdot 1+3(9a)^2(27a^3)+3(9a)^2(27a^2)+3(9a)^2 \cdot 1+3 \cdot 1^2(27a^3)+3 \cdot 1^2(27a^2)+3 \cdot 1^2(9a)+3 \cdot 1^2 \cdot 1 = 27^3a^9+27^3a^6+27^3a^3+1+3 \cdot 27^5a^{10}+3 \cdot 27^5a^7+3 \cdot 27^5a^4+3 \cdot 27^5a^{11}+3 \cdot 27^5a^8+3 \cdot 27^5a^5+3 \cdot 27^5a^2+3 \cdot 27^5a^{-1}+3 \cdot 27^5a^{-4}+3 \cdot 27^5a^{-7}+3 \cdot 27^5a^{-10}+3 \cdot 27^5a^{-13}+3 \cdot 27^5a^{-16}+3 \cdot 27^5a^{-19}+3 \cdot 27^5a^{-22}+3 \cdot 27^5a^{-25}+3 \cdot 27^5a^{-28}+3 \cdot 27^5a^{-31}+3 \cdot 27^5a^{-34}+3 \cdot 27^5a^{-37}+3 \cdot 27^5a^{-40}+3 \cdot 27^5a^{-43}+3 \cdot 27^5a^{-46}+3 \cdot 27^5a^{-49}+3 \cdot 27^5a^{-52}+3 \cdot 27^5a^{-55}+3 \cdot 27^5a^{-58}+3 \cdot 27^5a^{-61}+3 \cdot 27^5a^{-64}+3 \cdot 27^5a^{-67}+3 \cdot 27^5a^{-70}+3 \cdot 27^5a^{-73}+3 \cdot 27^5a^{-76}+3 \cdot 27^5a^{-79}+3 \cdot 27^5a^{-82}+3 \cdot 27^5a^{-85}+3 \cdot 27^5a^{-88}+3 \cdot 27^5a^{-91}+3 \cdot 27^5a^{-94}+3 \cdot 27^5a^{-97}+3 \cdot 27^5a^{-100}.$$

$$729a^6 + 729a^4 + 81a^2 + 1 + 1458a^5 + 186a^4 + 54a^3 + 486a^2 + 54a + 18a = 729a^6 + 1458a^5 + 1215a^4 + 540a^3 + 135a^2 + 18a + 1.$$

$$99. (a+2)^6 = [(a+2)^3]^2 = (a^3 + 6a^2 + 12a + 8)^2 = (a^3)^2 + (6a^2)^2 + (12a)^2 + 8^2 + 2 \cdot a^3 \cdot 6a^2 + 2a^3 \cdot 12a + 2a^3 \cdot 8 + 2 \cdot 6a^2 \cdot 12a + 2 \cdot 6a^2 \cdot 8 + 2 \cdot 12a \cdot 8 = a^6 + 36a^4 + 144a^3 + 64a^2 + 24a^5 + 24a^4 + 16a^3 + 144a^2 + 96a^2 + 192a = a^6 + 12a^5 + 60a^4 + 160a^3 + 240a^2 + 192a + 64.$$

$$99. (a-2)^6 - [(a-2)^3]^2 = (a^3 - 6a^2 + 12a - 8)^2 = (a^3)^2 + (-6a^2)^2 + (12a)^2 + (-8)^2 + 2 \cdot a^3(-6a^2) + 2a^3 \cdot 12a + 2a^3(-8) + 2(-6a^2) \cdot 12a + 2(-6a^2)(-8) + 2 \cdot 12a(-8) = a^6 + 36a^4 + 144a^3 + 64 - 12a^5 + 24a^4 - 16a^3 - 144a^2 + 96a^2 - 192a = a^6 - 12a^5 + 60a^4 - 160a^3 + 240a^2 - 192a + 64.$$

$$100. (2a-3b)^6 = [(2a-3b)^3]^2 = (8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3)^2 = (8a^3)^2 + (-36a^2b)^2 + (54ab^2)^2 + (-27b^3)^2 + 2 \cdot 8a^3(-36a^2b) + 2 \cdot 8a^3 \cdot 54ab^2 + 2 \cdot 8a^3(-27b^3) + 2(-36a^2b) \cdot 54ab^2 + 2(-36a^2b)(-27b^3) + 2 \cdot 54ab^2(-27b^3) = 64a^6 + 1296a^4b^2 + 2916a^2b^4 + 729b^6 - 576a^5b + 864a^4b^2 - 432a^3b^3 - 3888a^2b^3 + 1944a^2b^4 - 2916ab^5 = 64a^6 - 576a^5b + 2160a^4b^2 - 4320a^3b^3 + 4860a^2b^4 - 2916ab^5 + 729b^6.$$

$$100. (3a+2b)^6 = [(3a+2b)^3]^2 = (27a^3 + 54a^2b + 36ab^2 + 8b^3)^2 = (27a^3)^2 + (54a^2b)^2 + (36ab^2)^2 + (8b^3)^2 + 2 \cdot 27a^3 \cdot 54a^2b + 2 \cdot 27a^3 \cdot 36ab^2 + 2 \cdot 27a^3 \cdot 8b^3 + 2 \cdot 54a^2b \cdot 36ab^2 + 2 \cdot 54a^2b \cdot 8b^3 + 2 \cdot 36ab^2 \cdot 8b^3 = 729a^6 + 2916a^4b^2 + 1296a^2b^4 + 64b^6 + 2916a^5b + 1944a^4b^2 + 432a^3b^3 + 3888a^3b^3 + 864a^2b^4 + 576ab^5 = 729a^6 + 2916a^5b + 4860a^4b^2 + 4320a^3b^3 + 2160a^2b^4 + 576ab^5 + 64b^6.$$

$$101. (a+b+c+d)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3a^2d + 3b^2a + 3b^2c + 3b^2d + 3c^2a + 3c^2b + 3c^2d + 3d^2a + 3d^2b + 3d^2c + 6abc + 6abd + 6acd + 6bcd.$$

$$101. (a-b+c-d)^3 = a^3 + (-b)^3 + c^3 + (-d)^3 + 3a^2(-b) + 3a^2c + 3a^2(-d) + 3(-b)^2a + 3(-b)^2c + 3(-b)^2(-d) + 3c^2a + 3c^2(-b) + 3c^2(-d) + 3(-a)^2a + 3(-a)^2(-b) + 3(-a)^2c + 6a(-b)c + 6a(-b)(-d) + 6ac(-d) + 6(-b)c(-d) = a^3 - b^3 + c^3 - d^3 - 3a^2b + 3a^2c - 3a^2d + 3a^2b + 3a^2c + 3a^2d + 3b^2a - 3b^2c - 3b^2d + 3c^2a - 3c^2b - 3c^2d + 3d^2a - 3d^2b + 3d^2c - 6abc + 6abd - 6acd + 6bcd.$$

$$102. (x^3+x^2-x-1)^3 = (x^3)^3 + (x^2)^3 + (-x)^3 + (-1)^3 + 3(x^3)^2x^2 + 3(x^3)^2(-x) + 3(x^3)^2(-1) + 3(x^2)^3x^3 + 3(x^2)^3(-x) + 3(x^2)^3(-1) + 3(-x)^3x^3 + 3(-x)^3x^2 + 3(-x)^3(-1) + 3(-1)^3x^3 + 3(-1)^3x^2 + 3(-1)^3(-x) + 6 \cdot x^3 \cdot x^2(-x) + 6x^3 \cdot x^2(-1) + 6x^3(-x)(-1) + 6x^2(-x)(-1) = x^9 + x^6 - x^3 - 1 + 3x^8 - 3x^7 - 3x^6 + 3x^7 - 3x^6 + 3x^5 - 3x^4 + 3x^6 + 3x^4 - 3x^3 + 3x^3 + 3x^2 - 3x - 6x^6 - 6x^5 + 6x^4 + 6x^3 = x^9 + 3x^8 - 8x^6 - 6x^5 + 6x^4 + 3x^3 - 3x - 1.$$

$$102. (x^3+x^2+x+1)^3 = (x^3)^3 + (x^2)^3 + (x)^3 + 1^3 + 3(x^3)^2x^3 + 3(x^3)^2x + 3(x^3)^2 \cdot 1 + 3(x^2)^3x^5 + 3(x^2)^3x + 3(x^2)^3 \cdot 1 + 3x^2 \cdot x^7 + 3x^2 \cdot x^3 + 3x^2 \cdot 1 + 3 \cdot 1^2 \cdot x^6 + 3 \cdot 1^2 \cdot x^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot x + 6 \cdot x^3 \cdot x^5 \cdot x + 6 \cdot x^3 \cdot x^3 \cdot 1 + 6 \cdot x^3 \cdot x \cdot 1 + 6 \cdot x^3 \cdot x \cdot 1 = x^{15} + x^9 + x^6 + 1 + 3x^{13} + 3x^{11} + 3x^{10} + 3x^{11} + 3x^7 + 3x^6 + 3x^7 + 3x^5 + 3x^2 + 3x^3 + 3x + 6x^9 + 6x^6 + 6x^3 + 6x^4 = x^{15} + 3x^{13} + 6x^{11} + 3x^{10} + 7x^7 + 6x^6 + 6x^5 + 9x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 4x^3 + 3x^2 + 3x + 1.$$

$$103. \text{Левая часть равенства преобразовывается так: } x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz + x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz + 2yz + 4z^2 - 4yz + y^2 = 2x^2 + 3y^2 + 6z^2, \text{ т. е. тождество доказано.}$$



$$104. (a-b-c-d)^2 + (a+b-c+d)^2 + (2a+c)^2 + (b-2d)^2 = \\ = 6(a^2+d^2) + 3(b^2+c^2)$$

$$105. (a^2+b^2+c^2)(m^2+n^2+p^2) - (am+bn+cp)^2 = (an-bm)^2 + \\ + (ap-cm)^2 + (bp-cn)^2$$

$$105. (a^2+b^2+c^2)(m^2+n^2+p^2) - (am-bn-cp)^2 = (an+bm)^2 + \\ + (ap+cm)^2 + (bp-cn)^2$$

$$106. (x+y+z)^3 - 3(x+y+z)(xy+xz+yz) + 3xyz = \\ = x^3+y^3+z^3$$

$$106. (x-y+z)^3 - 3(x-y)(z-y)(x+z) = x^3-y^3+z^3$$

$$107. (a+b+c)^2 + (a-b+c)^2 + (a+b-c)^2 + (b+c-a)^2 = \\ = 4(a^2+b^2+c^2)$$

$$107. (a-b-c)^2 + (a+b-c)^2 + (a+c-b)^2 + (a+b+c)^2 = \\ = 4(a^2+b^2+c^2)$$

$$108. (a+b+c)^3 + (b-a-c)^3 + (c-a-b)^3 + (a-b-c)^3 = \\ = 24abc$$

$$108. (a+b+c)^3 + (a-b-c)^3 + (c-a-b)^3 + (b-a-c)^3 = \\ = 24abc$$

109. Доказать, что если положим  $A=a+b+c+d$ ,  $B=a+b-c-d$ ,  $C=a-b+c-d$ ,  $D=a-b-c+d$  и кроме того примем  $ab(a^2+b^2)=cd(c^2+d^2)$ , то будем иметь равенство  $AB(A^2+B^2)=CD(C^2+D^2)$ .

109. Доказать, что если положим  $A=a+b+c-d$ ,  $B=a+b-b-c+d$ ,  $C=a-b+c+d$ ,  $D=b+c+d-a$  и кроме того примем  $ab(a^2+b^2)=-cd(c^2+d^2)$ , то будем иметь равенство  $AB(A^2+B^2)=-CD(C^2+D^2)$ .

110. Доказать, что если положим  $a+b+c=-p_1$ ,  $ab+ac+bc=p_2$  и  $abc=-p_3$ , и еще  $a^2+b^2+c^2=s_2$ ,  $a^3+b^3+c^3=s_3$ , то имеем равенство  $s_3+p_1s_2=p_1p_2-3p_3$ .

110. Доказать, что при тех же обозначениях и еще при условии  $a^4+b^4+c^4=s_4$  имеем равенство  $s_4-s_2=2(p_2^2-2p_1p_3)$ .

### § 3. Извлечение корня из одночленов.

Формула  $\sqrt[n]{a}=x$  показывает, что  $x^n=a$ . В этой формуле количество  $a$  называется подкоренным, или подрадикальным,  $n$  — показателем корня, а  $x$  или равное ему  $\sqrt[n]{a}$  — корнем  $n$ -й степени из  $a$ . Отыскание  $x$  по данным  $a$  и  $n$  называется извлечением корня.

Извлечь корень данной степени значит найти такое количество, которое, будучи возведено в данную степень, составило бы подкоренное количество. Таким образом  $\sqrt[3]{a^3}=a$ , потому что  $(a)^3=a^3$ , вообще  $\sqrt[n]{a^n}=a$ , потому что  $(a)^n=a^n$ .

**Правило знаков.** Корень четной степени из положительного количества имеет два знака: положительный и отрицательный; так  $\sqrt[2n]{+a}=\pm\sqrt[n]{a}$ . Корень четной степени из отрицательного количества есть мнимое выражение;

таков корень  $\sqrt[n]{-a}$ , если само  $a$  есть абсолютное число. Корень нечетной степени из всякого количества, положительного или отрицательного, имеет тот же знак, как подкоренное количество; так  $\sqrt[n+1]{+a} = +\sqrt[n+1]{a}$ ,  $\sqrt[n+1]{-a} = -\sqrt[n+1]{a}$ .

**Теорема 1.** Корень из произведения равен произведению корней из каждого множителя; так  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ .

**Теорема 2.** Корень из дроби равен корню из числителя, разделенному на корень из знаменателя; так  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ .

**Теорема 3.** Корень из степени получается через деление показателя степени на показатель корня; так  $\sqrt[n]{a^{mn}} = a^m$ .

**Общее правило.** Чтобы извлечь корень из одночлена, нужно поставить знак по правилу знаков; затем извлечь требуемый корень из каждого множителя и делителя и расположить результаты множителями или делителями, соответственно тому, как располагались множители и делители данного одночлена.

При этом корни из числовых коэффициентов извлекаются непосредственно, а к буквенным выражениям применяется третья теорема. Например имеем  $\sqrt[3]{\frac{27a^6b^3}{64c^{24}d^{18}}} = \frac{3a^2b}{4c^6d^3}$ .

Показатель корня может быть отрицательным количеством.

Всякий корень с отрицательным показателем равен единице, разделенной на подобный же корень с положительным показателем. Так  $\sqrt[n]{a} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$ .

К корням с отрицательными показателями применяются без изменения: правило знаков, все три теоремы и общее правило извлечения корня из одночленов.

В следующих примерах найти корни при помощи первой и второй теорем:

- |  |  |   |   |
|--|--|---|---|
| 111. $\sqrt{144}$  | 111. $\sqrt{225}$                            | 112. $\sqrt{104 \cdot 26}$                            | 112. $\sqrt{132 \cdot 33}$                      |
| 113. $\sqrt{50 \cdot 18}$                                  | 113. $\sqrt{35 \cdot 315}$                   | 114. $\sqrt{180 \cdot 20}$                            | 114. $\sqrt{72 \cdot 200}$                      |
| 115. $\sqrt{\frac{48 \cdot 3}{125 \cdot 5}}$               | 115. $\sqrt{\frac{66 \cdot 7}{80 \cdot 20}}$ | 116. $\sqrt{\frac{847 \cdot 7}{216 \cdot 6}}$         | 116. $\sqrt{\frac{523 \cdot 25}{891 \cdot 99}}$ |
| 117. $\sqrt{17^2 - 8^2}$                                   | 117. $\sqrt{41^2 - 9^2}$                     | 118. $\sqrt{25^2 - 7^2}$                              | 118. $\sqrt{61^2 - 11^2}$                       |
| 119. $\sqrt{\frac{15^2 - 1}{\sqrt{50^2 - 48^2}}}$          |  | 119. $\sqrt{\frac{2b^2 - 1}{\sqrt{5^2 - 4^2}}}$       |   |
| 120. $\sqrt{\frac{\sqrt{113^2 - 112} \cdot}{19^2 - 11^2}}$ |  | 120. $\sqrt{\frac{3(7^2 - 3^2)}{\sqrt{82^2 - 80^2}}}$ |   |

103. Лѣвую часть искомаго равенства преобразуемъ такъ:  $x^2+y^2+z^2-2xy+$   
 $+2xz-2yz+x^2+y^2+z^2+2xy-2xz-2yz-4y^2+4yz-z^2=2x^2-2y^2+z^2$ ; т. обр., то  
 жество доказано.

104. Лѣвая часть искомаго тождества преобразовывается такъ:  $a^2+b^2+c^2+d^2+$   
 $+2ab+2ac+2ad+2bc+2bd+2cd+a^2+b^2+c^2+d^2-2ab+2ac-2ad-2bc+$   
 $+2bd-2cd+a^2+4ac+4c^2+4b^2-4bd+a^2=3a^2+6b^2+6c^2+3d^2=3(a^2+d^2)+$   
 $+6(b^2+c^2)$ ; тождество, т. обр., доказано.

104. Лѣвая часть искомаго тождества преобразовывается такъ:  $a^2+b^2+c^2+$   
 $+d^2-2ab-2ac-2ad+2bc+2bd+2cd+a^2+b^2+c^2+d^2+2ab-2ac+2ad-2bc+$   
 $+2bd-2cd+4a^2+4ac+c^2+b^2-4bd+4d^2=6a^2+3b^2+3c^2+6d^2=6(a^2+d^2)+$   
 $+3(b^2+c^2)$ ; т. обр., тождество доказано.

105. Лѣвая часть искомаго тождества преобразовывается такъ:  $a^2m^2+b^2m^2+c^2m^2+$   
 $+a^2n^2+b^2n^2+c^2n^2+a^2p^2+b^2p^2+$   
 $+c^2p^2-a^2m^2-b^2n^2-c^2p^2-2abmn-2acmp-2bcnp=b^2m^2+c^2m^2+a^2n^2+c^2n^2+a^2p^2+$   
 $+b^2p^2-2abmn-2acmp-2bcnp=(a^2n^2-2abmn+b^2m^2)+(a^2p^2-2acmp+c^2m^2)+$   
 $+(b^2p^2-2bcnp+c^2n^2)=(an-bm)^2+(ap-cn)^2+(bp-cn)^2$ ; т. обр., тождество доказано.

105. Лѣвая часть искомаго тождества преобразовывается такъ:  $a^2m^2+b^2m^2+c^2m^2+$   
 $+a^2n^2+b^2n^2+c^2n^2+a^2p^2+b^2p^2+c^2p^2-a^2m^2-b^2n^2-c^2p^2+2abmn+2acmp-2bcnp=$   
 $=b^2m^2+c^2m^2+a^2n^2+c^2n^2+a^2p^2+b^2p^2+2abmn+2acmp-2bcnp=(a^2n^2+2abmn+$   
 $+b^2m^2)+(a^2p^2+2acmp+m^2c^2)+(b^2p^2-2bcnp+c^2n^2)=(an+bm)^2+(ap+mc)^2+$   
 $+(bp-cn)^2$ ; т. обр., тождество доказано.

106. Лѣвая часть требуемаго равенства преобразовывается такъ:  $x^3+y^3+z^3+3x^2y+$   
 $+3x^2z+3y^2x+3y^2z+3z^2x+3z^2y+$   
 $+6xyz-3x^2y-3xy^2-3xyz-3x^2z-3xyz-3xz^2-3xyz-3y^2z-3yz^2+3xyz=x^3+$   
 $+y^3+z^3$ ; тождество, т. обр., доказано.

106. Раскрывая скобки въ лѣвой части, получаемъ:  $x^3-y^3+z^3-3x^2y+3x^2z+$   
 $+3y^2x+3y^2z+3z^2x-3z^2y-6xyz-(3x-3y)(xz-xy+z^2-y^2)=x^3-y^3+z^3-3x^2y+$   
 $+3x^2z+3y^2x+3y^2z+3z^2x-3z^2y-6xyz-3x^2z+3x^2y-3z^2x+3x^2y-3xyz-3xy^2+$   
 $+3z^2y-3y^2z=x^3-y^3+z^3$ ; т. обр., тождество доказано.

107. Раскрывая скобки въ лѣвой части, получаемъ:  $a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc+a^2+$   
 $+b^2+c^2-2ab+2ac-2bc+a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc+b^2+c^2+a^2+$   
 $+2bc-2ab-2ac=4a^2+4b^2+4c^2=4(a^2+b^2+c^2)$ ; тождество, т. обр., доказано.

107.  $a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc+a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc+a^2+c^2+b^2+$   
 $+2ac-2ab-2bc+a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=4a^2+4b^2+4c^2=4(a^2+b^2+c^2)$ ; т. обр.,  
 тождество доказано.

108. Лѣвую часть преобразовываемъ такъ:  $a^3-b^3+c^3+3a^2b+3a^2c+3b^2a+3b^2c+$   
 $+3c^2a+3c^2b+6abc+b^3-a^3-c^3-3b^2a-3b^2c+3a^2b-3a^2c+3c^2b-3c^2a+6abc+$   
 $+c^3-a^3-b^3-3c^2a-3c^2b+3a^2c-3a^2b+3b^2c-3b^2a+6abc+a^3-b^3-c^3-3a^2b-3a^2c+$   
 $+3b^2a-3b^2c+3c^2a-3c^2b+6abc=24abc$ ; т. обр., тождество доказано.

108. Раскрывая скобки въ лѣвой части, получаемъ:  $a^3+b^3+c^3+3a^2b+3a^2c+$

$+8b^2a+8b^2c+8c^2a+8c^2b+6abc+a^3-b^3-c^3-3a^2b-3a^2c+3b^2a-3b^2c+$   
 $+3c^2a-3c^2b+6abc+c^3-a^3-b^3-3c^2a-3c^2b+3a^2c-3a^2b+3b^2c-3b^2a+6abc+$   
 $b^3-a^3-c^3-3b^2a-3b^2c+3a^2b-3a^2c+3c^2b-3c^2a+6abc=24abc$ ; справедливость тожде-  
 ства, т. обр., доказана.

109. Имеем:  $AB(A^2+B^2)=(a+b+c+d)(a+b-c-d) \cdot [(a+b+c+d)^2+(a+b-c-d)^2]=[(a+b)+(c+d)][(a+b)-(c+d)] \cdot [a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac+2ad+2bc+2bd+2cd+a^2+b^2+c^2+d^2+2ab-2ac-2ad-2bc-2bd+2cd]=[(a+b)^2-(c+d)^2][2a^2+2b^2+2c^2+2d^2+4ab+4cd]=2[(a+b)^2-(c+d)^2][(a^2+2ab+b^2)+(c^2+2cd+d^2)]=2[(a+b)^2-(c+d)^2][(a+b)^2+(c+d)^2]=2\{[(a+b)^2]^2-[(c+d)^2]^2\}=2[a^4+4a^2b^2+b^4+4a^2c^2+4a^2d^2+c^4+4c^2d^2+d^4-4cd(c^2+d^2)]=2[a^4+4a^2b^2+b^4+4a^2c^2+4a^2d^2+c^4+4c^2d^2+d^4-4cd(c^2+d^2)]; по условию,  $ab(a^2+b^2)=cd(c^2+d^2)$ , так что  $4ab(a^2+b^2)=4cd(c^2+d^2)$ ; слѣд., имеем окончательно:  $2[a^4+6a^2b^2+b^4-c^4-d^4-6c^2d^2] \dots (1)$ .  
 Далее пишем:  $CD(C^2+D^2)=(a-b+c-d)(a-b-c+d) \cdot [(a-b+c-d)^2+(a-b-c+d)^2]=[(a-b)+(c-d)][(a-b)-(c-d)] \cdot [a^2+b^2+c^2+d^2-2ab+2ac-2ad-2bc+2bd-2cd+a^2+b^2+c^2+d^2-2ab-2ac+2ad+2bc-2bd-2cd]=[(a-b)^2-(c-d)^2][2a^2+2b^2+2c^2+2d^2-4ab-4cd]=2[(a-b)^2-(c-d)^2][(a^2-2ab+b^2)+(c^2-2cd+d^2)]=2[(a-b)^2-(c-d)^2][(a-b)^2+(c-d)^2]=2\{[(a-b)^2]^2-[(c-d)^2]^2\}=2[a^4+4a^2b^2+b^4-4a^2c^2-4a^2d^2+c^4+4c^2d^2+d^4-4cd(c^2+d^2)]=2[a^4+6a^2b^2+b^4-4ab(a^2+b^2)-c^4-6c^2d^2-d^4+4cd(c^2+d^2)]; по условию,  $ab(a^2+b^2)=cd(c^2+d^2)$ , так что  $4ab(a^2+b^2)=4cd(c^2+d^2)$ ; слѣд., получается  $2[a^4+6a^2b^2+b^4-c^4-6c^2d^2-d^4] \dots (2)$ . Сравнимъ результаты (1) и (2), убеждаемся, что они одинаковы, такъ что исконое равенство доказано.$$

109. Имеем:  $AB(A^2+B^2)=(a+b+c-d)(a+b-c+d) \cdot [(a+b+c-d)^2+(a+b-c+d)^2]=[(a+b)+(c-d)][(a+b)-(c-d)] \cdot [a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac-2ad+2bc-2bd-2cd+a^2+b^2+c^2+d^2+2ab-2ac+2ad-2bc+2bd-2cd]=[(a+b)^2-(c-d)^2][2a^2+2b^2+2c^2+2d^2+4ab-4cd]=2[(a+b)^2-(c-d)^2][(a+b)^2+(c-d)^2]=2\{[(a+b)^2]^2-[(c-d)^2]^2\}=2[a^4+4a^2b^2+b^4+4a^2c^2+4a^2d^2+c^4+4c^2d^2+d^4-4cd(c^2+d^2)]=2[a^4+6a^2b^2+b^4-4ab(a^2+b^2)-c^4-6c^2d^2-d^4+4cd(c^2+d^2)]; по условию,  $ab(a^2+b^2)=cd(c^2+d^2)$ , такъ что  $4ab(a^2+b^2)=4cd(c^2+d^2)$ ; слѣд., получаемъ  $2[a^4+6a^2b^2+b^4-c^4-6c^2d^2-d^4] \dots (1)$ .$

Далѣе пишемъ:  $CD(C^2+D^2)=(a-b+c+d)(b+c+d-a) \cdot [(a-b+c+d)^2+(b+c+d-a)^2]=[(c+d)+(a-b)][(c+d)-(a-b)] \cdot [a^2+b^2+c^2+d^2-2ab+2ac+2ad-2bc-2bd+2cd+b^2+c^2+d^2+a^2+2b^2+2bd-2ab+2cd-2ac-2ad]=[(c+d)^2-(a-b)^2][2a^2+2b^2+2c^2+2d^2-4ab+4cd]=2[(c+d)^2-(a-b)^2][c^2+2cd+d^2+(a^2-2ab+b^2)]=2[(c+d)^2-(a-b)^2][(c+d)^2+(a-b)^2]=2\{[(c+d)^2]^2-[(a-b)^2]^2\}=2[c^4+4c^2d^2+d^4+4c^2a^2+4c^2b^2+4a^2b^2-a^4-4a^2b^2-b^4+4a^2c^2+4a^2d^2+c^4+4c^2d^2+d^4-4cd(c^2+d^2)]=2[c^4+6c^2d^2+d^4+4cd(c^2+d^2)-a^4-6a^2b^2-b^4+4ab(a^2+b^2)]; по условию,  $ab(a^2+b^2)=cd(c^2+d^2)$ , такъ что  $4ab(a^2+b^2)=4cd(c^2+d^2)$ , отк.  $4ab(a^2+b^2)+4cd(c^2+d^2)=0$ ; слѣд., получается  $2[c^4+6c^2d^2+d^4-a^4-6a^2b^2-b^4]$ .$

г. обр.,  $-CD(C^2+D^2)=2[a^4+6a^2b^2+b^4-c^4-6c^2d^2-d^4]\dots$  (2). Сравнивъ выражённыя (1) и (2), видимъ, что они, дѣйствительно равны.

110. Требуется доказать, что  $s_3+p_1s_2=p_1p_2-3p_3$ , если  $a+b+c=-p_1$ ,  $ab+ac+bc=p_2$ ,  $abc=-p_3$ ,  $a^2+b^2+c^2=s_2$  и  $a^3+b^3+c^3=s_3$ . Имѣемъ:  $s_3+p_1s_2=$   
 $=a^3+b^3+c^3-(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)=a^3+b^3+c^3-$   
 $-a^3-a^2b-a^2c-b^2a-b^3-b^2c-c^2a-c^2b-c^3=-a^2b-a^2c-b^2a-b^2c-c^2a-c^2b.$   
 Далѣе,  $p_1p_2-3p_3=-(a+b+c)(ab+ac+bc)+3abc=$   
 $=-a^2b-a^2c-abc-b^2a-abc-b^2c-abc-c^2a-c^2b+3abc=$   
 $=-a^2b-a^2c-b^2a-b^2c-c^2a-c^2b.$  Въ томъ и другомъ случаѣ получились одинаковые результаты. Стало быть, требуемое равенство доказано.

110. Пишемъ:  $s_3^2-s_4=(a^2+b^2+c^2)^2-(a^4+b^4+c^4)=a^4+b^4+c^4+2a^2b^2+$   
 $+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4=2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2.$  Далѣе,  $2(p_2^2-2p_1p_3)=$   
 $=2[(ab+ac+bc)^2-2(a+b+c)abc]=2[a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2+2a^2bc+2ab^2c+$   
 $+2abc^2-2a^2bc-2ab^2c-2abc^2]=2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2.$  Въ томъ и другомъ случаѣ получились одинаковые результаты. Стало быть, требуемое равенство доказано.

### § 3. Извлеченіе корня изъ одночленовъ.

Формулы: 1)  $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ ; 2)  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ; 3)  $\sqrt[n]{a^{mn}}=a^n$ ;

4)  $\sqrt[n]{\frac{1}{a}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a}}$ ; 5)  $\sqrt[n]{\pm a}=\pm \sqrt[n]{a}$ ; 6)  $\sqrt[n+1]{\pm a}=\pm \sqrt[n+1]{a}$ ; 7)  $\sqrt[n]{-a}$  есть выраженіе мнимое.

$$111. \sqrt{144}=\sqrt{12^2}=12.$$

$$111. \sqrt{225}=\sqrt{15^2}=15.$$

$$112. \sqrt{104.26}=\sqrt{4.26.26}=2.26=52.$$

$$112. \sqrt{132.36}=\sqrt{11.12.11.3}=\sqrt{11^2.36}=11.6=66.$$

$$113. \sqrt{50.18}=\sqrt{25.2.18}=\sqrt{25.36}=5.6=30.$$

$$113. \sqrt{35.315}=\sqrt{35.35.9}=35.3=115.$$

$$114. \sqrt{180.20}=\sqrt{9.20.20}=3.20=60.$$

$$114. \sqrt{72.200}=\sqrt{36.2.200}=\sqrt{36.400}=6.20=120.$$

$$115. \sqrt{\frac{48.3}{125.5}}=\sqrt{\frac{16.3.3}{25.5.5}}=\frac{4.3}{5.5}=\frac{12}{25}.$$

$$115. \sqrt{\frac{63.7}{80.20}}=\sqrt{\frac{9.7.7}{4.20.20}}=\frac{3.7}{2.20}=\frac{21}{40}.$$

$$\begin{aligned}
 115. & \sqrt{\frac{847.7}{216.6}} = \sqrt{\frac{121.7.7}{36.6.6}} = \frac{11.7}{6.6} = \frac{77}{86}. \\
 116. & \sqrt{\frac{52.325}{891.99}} = \sqrt{\frac{4.13.13.25}{9.99.99}} = \frac{2.13.5}{3.99} = \frac{150}{397}. \\
 117. & \sqrt{17^2-8^2} = \sqrt{(17+8)(17-8)} = \sqrt{25.9} = 5.3 = 15. \\
 117. & \sqrt{41^2-9^2} = \sqrt{(41+9)(41-9)} = \sqrt{50.32} = \sqrt{2.25.2.16} = 2.5.4 = \\
 118. & \sqrt{25^2-7^2} = \sqrt{(25+7)(25-7)} = \sqrt{32.18} = \sqrt{2.16.2.9} = 2.4.3 = 2 \\
 118. & \sqrt{61^2-11^2} = \sqrt{(61+11)(61-11)} = \sqrt{72.50} = \sqrt{2.36.2.25} = 2.6.5 = 65 \\
 119. & \sqrt{\frac{15^2-1}{50^2-48^2}} = \sqrt{\frac{(15+1)(15-1)}{(50+48)(50-48)}} = \sqrt{\frac{16.14}{98.2}} = \sqrt{\frac{16.14}{49.2.2}} \\
 & = \sqrt{\frac{16.14}{7.2}} = \sqrt{10} = 4. \\
 119. & \sqrt{\frac{26^2-1}{5^2-4^2}} = \sqrt{\frac{(26+1)(26-1)}{(5+4)(5-4)}} = \sqrt{\frac{27.25}{9.1}} = \sqrt{\frac{27.25}{3}} \\
 & = \sqrt{9.25} = 3.5 = 15. \\
 120. & \sqrt{\frac{113^2-112^2}{19^2-11^2}} = \sqrt{\frac{V(113+112)(113-112)}{(19+11)(19-11)}} = \sqrt{\frac{225.1}{39.8}} \\
 & = \sqrt{\frac{15}{80.8}} = \sqrt{\frac{1}{2.8}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}. \\
 120. & \sqrt{\frac{5(7^2-3^2)}{5(82^2-80^2)}} = \sqrt{\frac{5(7+3)(7-3)}{(82+80)(82-80)}} = \sqrt{\frac{5.10.4}{162.2}} = \sqrt{\frac{5.10.4}{81.2.2}} \\
 & = \sqrt{\frac{5.10.4}{9.2}} = \sqrt{\frac{5.5.4}{9}} = \frac{5.2}{3} = \frac{10}{3}. \\
 121. & \sqrt[6]{2^{12}} = 2^2 = 4. \\
 122. & \sqrt[3]{-a^6} = -a^2. \\
 123. & \sqrt[n]{a^{n+2}} = a^{\frac{n+2}{n}} = a^{\frac{n}{n} + \frac{2}{n}} = a^{1 + \frac{2}{n}} = a^{\frac{n+2}{n}}. \\
 124. & \sqrt[n+2]{a^{3n+6}} = \sqrt[n+2]{a^{3(n+2)}} = a^3. \\
 124. & \sqrt[n+2]{a^{16+6n}} = \sqrt[n+2]{a^{6(n+3)}} = a^3. \\
 125. & \sqrt[3]{8.3^3} = 2.3 = 6. \\
 126. & \sqrt[4]{16.81} = 2.3 = 6. \\
 121. & \sqrt[4]{9^8} = 9^2 = 81. \\
 122. & \sqrt[5]{-10^{10}} = -10^2 = -100. \\
 123. & \sqrt[8n]{a^{6n+6mn}} = \sqrt[8n]{a^{6n(1+m)}} = a^{\frac{6n(1+m)}{8n}} = a^{\frac{3(1+m)}{4}}. \\
 125. & \sqrt[5]{82.10^5} = 2.10 = 20. \\
 126. & \sqrt[5]{125.1000} = 5.10 = 50.
 \end{aligned}$$

Извлечь корень из одночленов:

$$\begin{aligned}
 121. & \sqrt[6]{2^{12}} & 121. & \sqrt[4]{3^8} \\
 123. & \sqrt[n]{a^{3n}} & 123. & \sqrt[3n]{a^{6n+9m}} \\
 125. & \sqrt[3]{8.3^3} & 125. & \sqrt[5]{32.10^5} \\
 127. & \sqrt{\frac{a^4}{9}} & 127. & \sqrt{\frac{-a^3}{64}} \\
 129. & \sqrt[4]{a^{16}b^8c^4} & 129. & \sqrt[4]{2^4a^8b^{12}} \\
 131. & \sqrt[3]{27} & 131. & \sqrt[5]{32} \\
 133. & \sqrt[3]{a^{-6}} & 133. & \sqrt[3]{a^{-12}} \\
 135. & \sqrt[5]{-\frac{1}{32}} & 135. & \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} \\
 137. & \sqrt[4]{16a^{-4}b^{12}} & & \\
 138. & \sqrt[3]{\frac{8}{125}a^{3n}b^{-6}} & & \\
 139. & \sqrt[4]{6\frac{1}{4}a^6c^{4m}} & & \\
 140. & \sqrt[4]{\frac{16}{81}a^{3n}b^{16}} & & \\
 141. & \sqrt[3]{0,027a^{6n-3}b^{18}c^{-6}} & & \\
 142. & \sqrt[5]{-10^{10}a^{-20n}b^{5-15m}} & & \\
 143. & \sqrt[3]{\frac{4^{-4}a^3b^{-6}}{9^{-4}c^3d^{-3}}} & & \\
 144. & \sqrt[3]{\frac{343a^{-45}b^{18}}{2^{-6}c^9d^{-3}}} & & \\
 145. & \sqrt[2]{\frac{a^{2b}b^{2n-4}c^{-2m}}{4a^{-6}f^{-4n+2}}} & & \\
 146. & \sqrt[3]{\frac{1000p^{12}q^{-6}r^3}{27a^{-3m}b^3}} & & \\
 147. & \sqrt[9]{\frac{2^{36}a^{-40}b^7(a+b)^{12}}{a^{-4}b^{-11}}} & & \\
 148. & 2ab^2\sqrt[3]{2a^3bc^2\sqrt[3]{8a^3b^3c^6}} & & \\
 148. & 3a^2b^{-1}\sqrt[3]{3a^5b^{-18}d^{2-2}\sqrt[3]{9a^4b^{-6}d^{-8}}} & & \\
 149. & \sqrt[n]{\frac{(3a^2b^{-2})^{2n}a^{-(p+n)}b^{-(n+np)}c^n}{a^{-p}}} & & \\
 149. & \sqrt[1-2n]{\frac{a^{4n}(b^{4n-4}c^{-4n+5})}{c(a^{-4}c^{-2n})^{-2}}} & & \\
 150. & 3a^{5-n}b^{-4n}\sqrt[3]{\frac{27}{64}a^{-15}b^{3n}c^6-3nd^3} & & \\
 150. & 4a^{3+n}b^{-5n}\sqrt[4]{\frac{256}{625}a^{-32}b^{4n}-8c^{12n}d^{16}} & &
 \end{aligned}$$

#### § 4. Извлечение квадратного корня из многочленов.

Правило. Чтобы извлечь квадратный корень из многочлена, нужно: Расположить многочлен по степеням главной буквы. Извлечь квадратный корень из первого члена; получится первый член корня. Квадрат

найденного члена вычесть из данного многочлена; составит первый остаток. Первый член этого остатка разделить на удвоенный первый член корня; в частном получится второй член корня. Сумму удвоенного первого члена корня со вторым умножить на второй член и произведение вычесть из первого остатка, составит второй остаток. Первый член нового остатка разделить на удвоенный первый член корня; в частном получится третий член корня. Сумму удвоенного первого члена корня удвоенного второго и третьего умножить на третий член и произведение вычесть из второго остатка, составит третий остаток. Так продолжать далее, пока в остатке не получится нуль (если действие возможно).

Найти условия, при которых следующие многочлены представляют полные квадраты:

$$151. x^2 + 2ax + b$$

$$151. x^2 + px + q$$

$$152. a^2x^2 - p^2x + q^2$$

$$152. a^2x^2 - 2b^2x + c^2$$

Найти значение коэффициентов  $m$  и  $n$ , при которых следующие многочлены представляют полные квадраты:

$$153. 4a^2 + tab + 9b^2$$

$$153. 49a^2 - tab + 16b^2$$

$$154. x^4 - 4x^3 + 10x^2 + mx + n$$

$$154. x^4 + 6x^3 + x^2 + mx + n$$

155. Показать, что многочлен  $x^4 + 2ax^3 + bx^2 + 2acx + c^2$  представляет полный квадрат при условии  $b = a^2 + 2c$ .

155. Показать, что многочлен  $x^4 - 2ax^3 + bx^2 - cx + d^2$  представляет полный квадрат при условиях  $c = a(b - a^2)$  и  $d = \frac{1}{2}(b - a^2)$ .

156. Доказать, что произведение четырех последовательных чисел, сложенное с единицей, есть квадрат.

156. Доказать, что произведение четырех последовательных четных чисел, сложенное с 16, есть квадрат.

Извлечь квадратный корень из многочленов:

$$157. 4a^4 + 12a^2b + 9b^2$$

$$157. 25a^8 - 20a^3b^2 + 4b^4$$

$$158. \frac{9}{16}a^2b^4 - \frac{3}{5}a^3b^2 + \frac{4}{25}a^4$$

$$158. \frac{4}{9}a^4b^2 + \frac{5}{3}a^2b^3 + \frac{25}{16}b^4$$

$$159. x^{2n-2}y^2 + 4x^{2n-3}y^4 - 4x^{2n-4}y^3$$

$$159. 9x^{2n-2}y^4 + x^{2n-2} + 6x^{2n-5}y^2$$

$$160. \frac{1}{4}a^{2m}b^{-6} + 0,09a^{-2m}b^6 + 0,3a^{m+n}$$

$$160. \frac{1}{4}a^{2m} + 0,49a^{-2m}b^4 - 0,7b^2$$

$$161. 4a^4 - 4a^3 + 5a^2 - 2a + 1$$

$$161. a^4 + 6a^3 + 7a^2 - 6a + 1$$

$$162. 1 - 8a - 32a^3 + 16a^4 + 24a^2$$

$$162. 6a + 9a^4 + 1 + 3a^2 - 18a^3$$

$$163. 25a^2b^2 - 8ab^3 - 6a^2b + 16b^4 + 9a^4$$

$$163. 6a^2b^2 - 40a^3b + b^4 + 25a^4 + 8ab^3$$

$$164. \frac{13}{3}a^2b^3 - 2a^3b + \frac{1}{4}a^4 + \frac{1}{9}b^4 - \frac{4}{3}ab^3$$

$$164. \frac{2}{3}ab^3 - a^3b + \frac{9}{16}a^4 - \frac{11}{36}a^2b^2 + \frac{1}{4}b^4$$

$$165. 2 - 2a^{-1} + a^{-4} + a^{-2} + a^2 - 2a^{-3}$$

$$165. 2a^{-1} + a^4 - 2a^2 - 2a + 1 + a^{-2}$$

$$127. \sqrt{\frac{a^4}{9}} = \frac{a^2}{3}.$$

$$127. \sqrt[3]{-\frac{a^3}{64}} = -\frac{a}{4}.$$

$$128. \sqrt[5]{-\frac{a^{10}}{b^{15}}} = -\frac{a^2}{b^3}.$$

$$128. \sqrt[7]{\frac{a^{21}}{b^{14}}} = \frac{a^3}{b^2}.$$

$$129. \sqrt[4]{a^{16}b^4c^4} = a^4b^2c.$$

$$129. \sqrt[5]{2^4a^6b^{12}} \cdot 2^2a^3b^6 = 4a^3b^6.$$

$$130. \sqrt[3]{-27a^{12}b^3} = -3a^4b.$$

$$130. \sqrt[4]{-32a^5b^{10}} = -2ab^2.$$

$$131. \sqrt[3]{27} = \frac{1}{\sqrt[3]{27}} = \frac{1}{3}.$$

$$131. \sqrt[5]{32} = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} = \frac{1}{2}.$$

$$132. \sqrt[3]{\frac{4}{9}} = 1 : \sqrt[3]{\frac{4}{9}} = 1 : \frac{2}{3} = \frac{3}{2}.$$

$$132. \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = 1 : \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = 1 : \frac{3}{2} = \frac{2}{3}.$$

$$133. \sqrt[3]{a^{-6}} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}.$$

$$133. \sqrt[3]{a^{-12}} = a^{-4} = \frac{1}{a^4}.$$

$$134. \sqrt[5]{-a^{-20}} = -a^{-4} = -\frac{1}{a^4}.$$

$$134. \sqrt[7]{-a^{-14}} = -a^{-2} = -\frac{1}{a^2}.$$

$$135. \sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = 1 : \sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = 1 : \left(-\frac{1}{2}\right) = -2.$$

$$135. \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = 1 : \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = 1 : \left(-\frac{1}{4}\right) = -4.$$

$$136. \sqrt[5]{-\frac{1}{a^{25}}} = 1 : \sqrt[5]{-\frac{1}{a^{25}}} = 1 : \left(-\frac{1}{a^5}\right) = -a^5.$$

$$136. \sqrt[5]{-\frac{1}{a^{25}}} = 1 : \sqrt[5]{-\frac{1}{a^{25}}} = 1 : \left(-\frac{1}{a^5}\right) = -a^5.$$

$$137. \sqrt[4]{16a^{-4}b^{12}} = 2a^{-1}b^3 = \frac{2b^3}{a}. \quad 137. \sqrt[6]{64a^{-12}b^6} = 2a^{-2}b = \frac{2b}{a^2}.$$

$$138. \sqrt[3]{\frac{8}{125}a^{3n}b^{-6}} = 1 : \sqrt[3]{\frac{8}{125}a^{3n}b^{-6}} = 1 : \frac{2}{5}a^n b^{-2} = 1 : \frac{2a^n}{5b^2} = \frac{5b^2}{2a^n}.$$

$$138. \sqrt[4]{\frac{1}{81}a^{-8n}b^4} = 1 : \sqrt[4]{\frac{1}{81}a^{-8n}b^4} = 1 : \frac{b}{3a^{2n}} = \frac{3a^{2n}}{b}.$$

$$139. \sqrt[5]{1\frac{11}{25}a^4b^{10n}} = \sqrt{\frac{36a^4b^{10n}}{25}} = \frac{6a^2b^{5n}}{5}.$$

$$139. \sqrt[5]{1\frac{11}{25}a^4b^{10n}} = \sqrt{\frac{36a^4b^{10n}}{25}} = \frac{6a^2b^{5n}}{5}.$$

$$140. \sqrt[4]{\frac{16}{81}a^{3n}b^{12}} = \frac{2}{3}a^{2n}b^3. \quad 140. \sqrt[3]{\frac{125}{64}a^{15}c^{15}} = \frac{5}{4}a^5c^5.$$

$$141. \sqrt[3]{0,027a^{6n-3}b^{12}c^{-6}} = 0,3a^{2n-1}b^6c^{-2} = \frac{3a^{2n-1}b^6}{10c^2}.$$

$$141. \sqrt[3]{0,0625a^{4n+8}b^{21}c^{-12}} = 0,5a^{n+2}b^6c^{-3} = \frac{a^{n+2}b^6}{2c^3}.$$



$$142. \sqrt[5]{-10^{10}a^{-20n}b^{5-15n}} = -10^2a^{-4n}b^{1-3n} = -\frac{100b^{1-3n}}{a^{4n}}.$$

$$142. \sqrt[3]{-64a^{3n-6}b^{-15n}} = -4a^{n-2}b^{-5n} = -\frac{4a^{n-2}}{b^{5n}}.$$

$$143. \sqrt{\frac{4^{-1}a^4b^{-6}}{9^{-1}c^8d^{-2}}} = \sqrt{\frac{9a^4a^2}{4b^6c^8}} = \frac{3a^2d}{2b^3c^4}.$$

$$143. \sqrt[3]{\frac{8^{-1}a^9b^{-6}}{5^{-3}c^{-6}d^{12}}} = \sqrt[3]{\frac{5^3a^9c^6}{8b^6d^{12}}} = \frac{5a^3c^2}{2b^2d^2}.$$

$$144. \sqrt[3]{\frac{343a^{-15}b^{18}}{2^{-6}c^9d^{-3}}} = \sqrt[3]{\frac{343 \cdot 2^6b^{18}d^3}{a^{15} \cdot c^9}} = \frac{7 \cdot 2^2 \cdot b^6d}{a^5 \cdot c^3} = \frac{28b^6d}{a^5c^3}.$$

$$144. \sqrt[4]{\frac{25^2a^{-12}b^{20}}{4^{-2}c^{16}d^{-4}}} = \sqrt[4]{\frac{5^4 \cdot 2^4 \cdot b^{20} \cdot d^4}{a^{12} \cdot c^{16}}} = \frac{5 \cdot 2 \cdot b^5 \cdot d}{a^3 \cdot c^4} = \frac{10b^5d}{a^3 \cdot c^4}.$$

$$145. \sqrt[2]{\frac{a^{2n-6}b^{2n-6}c^{-2n}}{4d^{-6}f^{-4n+2}}} = 1 : \sqrt{\frac{a^2b^{2n-6}d^{6f^{4n-2}}}{4c^{2n}}} = 1 : \frac{ab^{n-3}d^3f^{2n-1}}{2c^{1n}} = \\ = \frac{2c^{1n}}{ab^{n-3}d^3f^{2n-1}}.$$

$$145. \sqrt[8]{\frac{27a^3b^{3+6n}c^{-15}}{d^{-6}f^{-8n}}} = 1 : \sqrt[8]{\frac{27a^3b^{3+6n}d^{6f^{8n}}}{c^{15}}} = 1 : \frac{3ab^{1+2n}d^2f^n}{c^5} = \\ = \frac{c^5}{3ab^{1+2n}d^2f^n}.$$

$$146. \sqrt[3]{-\frac{1000p^{12}d^{-6}r^{3n}}{27a^{-3n}b^9}} = 1 : \sqrt[3]{-\frac{1000b^{12}a^{4n}r^{3n}}{27b^9q^6}} = 1 : -\frac{10p^4a^nr^n}{3b^3q^2} = \\ = -\frac{3b^3q^2}{10p^4a^nr^n}.$$

$$146. \sqrt[5]{-\frac{243a^{15}b^{-15n}}{0.00082p^{-10}q^{5n}}} = 1 : \sqrt[5]{-\frac{243a^{15}p^{10}}{0.00082b^{15n}q^{5n}}} = 1 : -\frac{8a^3p^2}{0.2b^{3n}q^n} = \\ = -\frac{0.2b^{3n}q^n}{8a^3p^2} = -\frac{b^{3n}q^n}{15a^3p^2}.$$

$$147. \sqrt[9]{2^{36}a^{-40}b^7 \cdot \frac{(a+b)^{27}}{a^{-4}b^{-11}}} = \sqrt[9]{2^{36} \cdot a^{-36} \cdot b^{18} \cdot (a+b)^{27}} = 2^4 \cdot a^{-4} \cdot b^2 \cdot (a+b)^3 = \\ = \frac{16b^2(a+b)^3}{a^4}.$$

$$147. \sqrt[3]{\frac{27^{-1}a^{19}b^{-19}(a^2+b^2)^{-3n}}{8a^{-2}b^{-6n+2}}} = \sqrt[3]{\frac{a^{21} \cdot b^{17-12}}{27 \cdot 8 \cdot (a^2+b^2)^n}} = \frac{a^7 \cdot b^{2n-4}}{3 \cdot 2 \cdot (a^2+b^2)^n} = \\ = \frac{a^7 \cdot b^{2n-4}}{6(a^2+b^2)^n}.$$

$$148. 2ab^2 \cdot \sqrt{2a^3bc^2} \cdot \sqrt[3]{8a^5b^9c^6} = 2ab^2 \cdot \sqrt{2a^3bc^2} \cdot 2ab^3c^2 = 2ab^2 \cdot 2a^2b^2c^2 = 4a^3b^4c^2.$$

$$148. 3a^2b^{-1} \cdot \sqrt[3]{3a^5b^{-18}d^2} \cdot \sqrt[2]{9a^4b^{-6}d^{-8}} =$$

$$3a^2b^{-1} \cdot \sqrt[3]{3a^5b^{-18}d^2} \cdot 3^{-1} \cdot a^{-2} \cdot b^3 \cdot d^{-4} = 3a^2b^{-1} \cdot a \cdot b^{-5} \cdot d^{-4} = 3a^3b^{-6}d^{-4} = \frac{3a^3d^2}{b^6}.$$

$$149. \sqrt[n]{\frac{(3a^3b^{-2})^{2n} \cdot a^{-(p+n)} b^{-(n-1-np)} c^n}{a^{-p}}} = \sqrt[n]{\frac{(3a^3b^{-2})^{2n} \cdot a^{-p-n} b^{-(n-1-np)} c^n}{a^{-p}}} = 1: \sqrt[n]{\frac{(3a^3b^{-2})^{2n} c^n}{a^n \cdot b^{n-2p}}} =$$

$$1: \frac{(3a^3b^{-2})^{2n} c}{ab^{1+p}} = \frac{ab^{1-p}}{9a^5b^{-4}c} = \frac{b^{5+p}}{9a^5c}.$$

$$149. \sqrt[1-2n]{\frac{a^{4n}(b^{2n-1})^3 c^{-4n+5}}{c(a^{-1}c^{-2n})^{-2}}} = \sqrt[1-2n]{\frac{a^{4n} \cdot b^{6n-3} \cdot c^{-4n+5}}{c \cdot a^{+2} \cdot c^{-4n}}} =$$

$$\sqrt[1-2n]{\frac{a^{4n-2} \cdot b^{6n-3} \cdot c^{-4n+5}}{a^2 b^3 c^4}} = \frac{1}{a^2 b^3 c^4}.$$

$$150. 8a^{5-n}b^{-4n} \cdot \sqrt[3]{\frac{27}{64} a^{-15} b^{3n} c^{6-3n} d^3} = 8a^{5-n}b^{-4n} \cdot \frac{3^{-1}}{4^{-1}} a^{5-n} b^{-4n} c^{n-2} d^{-2} =$$

$$4a^{10-n}b^{-8n}c^{n-2}d^{-2} = \frac{4a^{10-n}c^{n-2}}{b^{8n} \cdot d^2}.$$

$$150. 4a^{3+n}b^{-5n} \cdot \sqrt[4]{\frac{256}{625} a^{-82} b^{4n-8} c^{12n} d^{16}} = 4a^{3+n}b^{-5n} \cdot \frac{4^{-1}}{5^{-1}} a^3 b^{2-n} c^{-3n} d^{-4} =$$

$$5a^{n+11}b^{2-6n}c^{-3n}d^{-4} = \frac{5a^{n+11}b^{2-6n}}{c^{3n}d^4}.$$

#### § 4. Извлечение квадратного и кубического корня изъ многочленовъ.

$$151. *) \sqrt{x^2 + 2ax + b} = x + a.$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{x^2} & \\ \hline 2x+a & 2ax+b \\ +a & \hline \hline \text{ост. } b-a^2=0, \text{ отв. } \text{искомое условие есть } b=a^2. \end{array}$$

\*) При рѣшеніи примѣровъ 151—156 будемъ руководствоваться слѣд. соображеніями. Если данный многочленъ представляетъ полный квадратъ, то, значить, изъ него можно извлечь корень, причемъ остатокъ отъ извлечения равенъ нулю. Поэтому для нахождения условий, въ которыхъ некоторые многочлены представляютъ полные квадраты, слѣдуетъ изъ нихъ извлечь кв. корни, а полученные послѣ извлечения корни остатки приравнять нулю.

$$151. \quad \sqrt{x^2 + px + q} = x + \frac{p}{2}.$$

$$\begin{array}{r|l} \pm x^2 & \\ \hline 2x + \frac{p}{2} & px + q \\ \frac{p}{2} & \pm px + \frac{p^2}{4} \end{array}$$

$$\text{от.} \quad q - \frac{p^2}{4} = 0, \text{ от. } q = \frac{p^2}{4} \text{ (иском. условие).}$$

$$152. \quad \sqrt{a^2x^2 - p^2x + q^2} = ax - \frac{p^2}{2a}.$$

$$\begin{array}{r|l} \pm a^2x^2 & \\ \hline 2ax - \frac{p^2}{2a} & -p^2x + q^2 \\ -\frac{p^2}{2a} & \pm p^2x + \frac{p^4}{4a^2} \end{array}$$

$$\text{от.} \quad q^2 - \frac{p^4}{4a^2} = 0, \text{ от. } q^2 = \frac{p^4}{4a^2} \text{ т. е. } q = \frac{p^2}{2a}.$$

$$152. \quad \sqrt{a^2x^2 - 2b^2x + c^2} = ax - \frac{b^2}{a}.$$

$$\begin{array}{r|l} \pm a^2x^2 & \\ \hline 2ax - \frac{b^2}{a} & -2b^2x + c^2 \\ -\frac{b^2}{a} & \pm 2b^2x + \frac{b^4}{a^2} \end{array}$$

$$\text{от.} \quad c^2 - \frac{b^4}{a^2} = 0, \text{ от. } c^2 = \frac{b^4}{a^2}, \text{ т. е. } c = \frac{b^2}{a}.$$

$$153. \quad \sqrt{4a^2 + mab + 9b^2} = 2a + \frac{mb}{4}.$$

$$\begin{array}{r|l} \pm 4a^2 & \\ \hline 4a + \frac{mb}{4} & mab + 9b^2 \\ + \frac{mb}{4} & \pm mab + \frac{m^2b^2}{16} \end{array}$$

$$\text{от.} \quad 9b^2 - \frac{m^2b^2}{16} = 0, \text{ от. } 9b^2 = \frac{m^2b^2}{16}, \text{ т. е. } 9 = \frac{m^2}{16}, \text{ или } 3 =$$

$$= \frac{m}{4}, \text{ от. } m = 12.$$

$$153. \quad \sqrt{49a^2 - mab + 16b^2} = 7a - \frac{mb}{14}.$$

$$\begin{array}{r|l} \pm 49a^2 & \\ \hline 14a - \frac{mb}{14} & -mab + 16b^2 \\ -\frac{mb}{14} & \pm mab + \frac{m^2b^2}{196} \end{array}$$

$$\text{от.} \quad 16b^2 - \frac{m^2b^2}{196} = 0; \text{ отсюда } 16b^2 = \frac{m^2b^2}{196}; 16 = \frac{m^2}{196}, 4 = \frac{m}{14}, m = 56.$$

$$154. \sqrt{x^4 - 4x^3 + 10x^2 + mx + n} = x^2 - 2x + 3.$$

$$\begin{array}{r|l} +x^4 & \\ \hline 2x^2 - 2x & -4x^3 + 10x^2 \\ -2x & +4x^3 + 4x^2 \\ \hline 2x^2 - 4x + 3 & 6x^2 + mx + n \\ +3 & + 6x^2 - 12x + 9 \\ \hline \text{ост.} & = 0 \end{array} \quad \text{при слѣд. условіяхъ}$$

Изъ тождества  $mx + n = -12x + 9$  видно, что  $m = -12$  и  $n = 9$ .

$$154. \sqrt{x^4 + 6x^3 + x^2 + mx + n} = x^2 + 3x - 4.$$

$$\begin{array}{r|l} +x^4 & \\ \hline 2x^2 + 3x & 6x^3 + x^2 \\ +3x & + 6x^3 + 9x^2 \\ \hline 2x^2 + 6x - 4 & -3x^2 + mx + n \\ -4 & + 3x^2 - 24x + 16 \\ \hline \text{ост.} & = 0 \end{array} \quad \text{при слѣд. услов.$$

Изъ тождества  $mx + n = -24x + 16$  видно, что  $m = -24$  и  $n = 16$ .

$$155. \sqrt{x^4 + 2ax^3 + bx^2 + 2acx + c^2} = x^2 + ax + \frac{b-a^2}{2}.$$

$$\begin{array}{r|l} +x^4 & \\ \hline 2x^2 + ax & 2ax^3 + bx^2 \\ +ax & + 2ax^3 + a^2x^2 \\ \hline 2x^2 + 2ax + \left(\frac{b-a^2}{2}\right) & (b-a^2)x^2 + 2acx + c^2 \\ + \left(\frac{b-a^2}{2}\right) & + (b-a^2)x + a(b-a^2)x + \left(\frac{b-a^2}{2}\right)^2 \\ \hline \text{ост.} & = 0 \end{array} \quad \text{при слѣд. условіяхъ}$$

Изъ тождества  $2acx + c^2 = a(b-a^2)x + \left(\frac{b-a^2}{2}\right)^2$  слѣдуетъ: 1)  $b-a^2=2c$  и 2)  $c^2 = \left(\frac{b-a^2}{2}\right)^2$ . отъ  $c = \frac{b-a^2}{2}$ , т. е. опять таки  $b-a^2=2c$ . Слѣд., искомымъ условіемъ является равенство  $b-a^2=2c$ . что и треб. док.

$$155. \sqrt{x^4 - 2ax^3 + bx^2 - cx + d^2} = x^2 - ax + \frac{b-a^2}{2}.$$

$$\begin{array}{r|l} +x^4 & \\ \hline 2x^2 - ax & -2ax^3 + bx^2 \\ -ax & + 2ax^3 + a^2x^2 \\ \hline 2x^2 - ax + \frac{b-a^2}{2} & (b-a^2)x^2 - cx + d^2 \\ + \frac{b-a^2}{2} & + (b-a^2)x - a(b-a^2)x + \left(\frac{b-a^2}{2}\right)^2 \\ \hline \text{ост.} & = 0 \end{array} \quad \text{при слѣд. услов.}$$

Изъ тождества  $-cx + d^2 = -c(b - a^2)x + \left(\frac{b - a^2}{2}\right)^2$  слѣдуетъ: 1)  $c = a(b - a^2)$ , 2)  $d^2 = \left(\frac{b - a^2}{2}\right)^2$ , т. е.  $d = \frac{b - a^2}{2}$ , что и треб. док.

156. Имѣемъ  $x(x+1)(x+2)(x+3)+1 = (x^2+x)(x^2+5x+6)+1 = x^4+5x^3+6x^2+x^3+5x^2+6x+1 = x^4+6x^3+11x^2+6x+1$ .

Теперь выясняемъ дѣлительность для многочлена  $x^4+6x^3+11x^2+6x+1$  представлять полный квадратъ. Съ этою цѣлю извлечемъ изъ него кв. корень.

$$\begin{array}{r} \sqrt{x^4+6x^3+11x^2+6x+1} = x^2+3x+1. \\ \underline{-x^4} \\ 2x^2+3x \quad 6x+11x^2 \\ \underline{+3x} \quad \underline{-6x^3+9x^2} \\ 2x^2+6x+1 \quad 2x^2+6x+1 \\ \underline{+1} \quad \underline{-2x^2+6x+1} \\ \text{ост.} = 0 \end{array}$$

Стало быть,  $x^4+6x^3+11x^2+6x+1 = (x^2+3x+1)^2$ , т. е. теорема доказана.

*Примѣчаніе.* Подъ  $x$  слѣдуетъ разумѣть цѣлое и положительное число.

156. (см. пред. зад.).

Имѣемъ:  $2x(2x+2)(2x+4)(2x+6)+16 = (4x^2+4x)(4x^2+20x+24)+16 = 16x^4+80x^3+96x^2+16x^3+80x^2+96x+16 = 16x^4+96x^3+176x^2+96x+16$ . Далѣе,

$$\begin{array}{r} \sqrt{16x^4+96x^3+176x^2+96x+16} = 4x^2+12x+4. \\ \underline{-16x^4} \\ 8x^2+12x \quad 96x^3+176x^2 \\ \underline{+12x} \quad \underline{-96x^3+144x^2} \\ 8x^2+24x+4 \quad 32x^2+96x+16 \\ \underline{+4} \quad \underline{-32x^2+96x+16} \\ \text{ост.} = 0 \end{array}$$

Стало быть,  $2x(2x+2)(2x+4)(2x+6)+16 = (4x^2+12x+4)^2$ , т. е. теорема доказана.

157.  $\sqrt{4a^4+12a^2b+9b^2} = 2a^2+3b$ .

$$\begin{array}{r} \sqrt{4a^4+12a^2b+9b^2} = 2a^2+3b. \\ \underline{-4a^4} \\ 4a^2+3b \quad 12a^2b+9b^3 \\ \underline{+3b} \quad \underline{-12a^2b+9b^3} \\ 0 \end{array}$$

157.  $\sqrt{25a^6-20a^3b^2+4b^4} = 5a^3-2b^2$ .

$$\begin{array}{r} \sqrt{25a^6-20a^3b^2+4b^4} = 5a^3-2b^2. \\ \underline{-25a^6} \\ 10a^3-2b^2 \quad -20a^3b^2+4b^4 \\ \underline{-2b^2} \quad \underline{+20a^3b^2-4b^4} \\ 0 \end{array}$$

$$158. \sqrt{\frac{9}{16}a^3b^4 - \frac{3}{5}a^3b^3 + \frac{4}{25}a^4} = \frac{3}{4}ab^2 - \frac{2}{5}a^2.$$

$$\mp \frac{9}{16}a^2b^4$$

$\frac{3}{2}ab^2 - \frac{2}{5}a^2$	$-\frac{3}{5}a^3b^3 + \frac{4}{25}a^4$
$-\frac{2}{5}a^2$	$\pm \frac{3}{5}a^3b^3 \mp \frac{4}{25}a^4$
0	

$$159. \sqrt{\frac{4}{9}a^4b^3 + \frac{5}{3}a^3b^3 + \frac{25}{16}b^4} = \frac{2}{3}a^2b + \frac{5}{4}b^2.$$

$$\mp \frac{4}{9}a^4b^3$$

$\frac{4}{3}a^2b + \frac{5}{4}b^2$	$+\frac{5}{3}a^2b^3 + \frac{25}{16}b^4$
$+\frac{5}{4}b^2$	$\mp \frac{5}{3}a^2b^3 \mp \frac{25}{16}b^4$
0	

$$159. \sqrt{x^{2n-2}y^2 - 4x^{2n-4}y^3 + 4x^{2n-6}y^4} = x^{n-1}y - 2x^{n-2}y^2.$$

$$\mp x^{2n-2}y^2$$

$2x^{n-1}y - 2x^{n-2}y^2$	$-4x^{2n-4}y^3 + 4x^{2n-6}y^4$
$2x^{n-2}y^2$	$\pm 4x^{2n-4}y^3 \mp 4x^{2n-6}y^4$
0	

$$159. \sqrt{9x^{2n-8}y^4 + 6x^{2n-6}y^3 + x^{2n-2}} = 3x^{n-4}y^2 + x^{n-1}.$$

$$\mp 9x^{2n-8}y^4$$

$3x^{n-4}y^2 + x^{n-1}$	$6x^{2n-6}y^3 + x^{2n-2}$
$\mp x^{n-1}$	$\mp 6x^{2n-6}y^3 \mp x^{2n-2}$
0	

$$160. \sqrt{\frac{1}{4}a^{2m}b^{-2} + 0,3a^{m+n} + 0,09a^{2n}b^2} = \frac{1}{2}a^mb^{-1} + 0,3a^nb.$$

$$\mp \frac{1}{4}a^{2m}b^{-2}$$

$a^mb^{-1} + 0,3a^nb$	$+0,3a^{m+n} + 0,09a^{2n}b^2$
$\mp 0,3a^nb$	$\mp 0,3a^{m+n} \mp 0,09a^{2n}b^2$
0	

$$160. \sqrt{\frac{1}{4}a^{2m} - 0,7b^2 + 0,49a^{-2m}b^4} = \frac{1}{2}a^m + 0,7a^{-m}b^2.$$

$$\mp \frac{1}{4}a^{2m}$$

$a^m - 0,7b^2a^{-m}$	$-0,7b^2 + 0,49a^{-2m}b^4$
$-0,7b^2a^{-m}$	$\mp 0,7b^2 \mp 0,49a^{-2m}b^4$
0	

$$161. \sqrt[4]{4a^4 - 4a^3 + 5a^2 - 2a + 1} = 2a^2 - a + 1.$$

$4a^2 - a$	$-4a + 5a^2$
$-a$	$\pm 4a^3 \mp a^2$
$4a^2 - 2a + 1$	$4a^2 - 2a + 1$
$+1$	$\mp 4a^2 \pm 2a \mp 1$
0	

$$161. \sqrt[4]{a^4 + 6a^3 + 7a^2 - 6a + 1} = a^2 + 3a - 1.$$

$2a^2 + 3a$	$6a^3 + 7a^2$
$+3a$	$\mp 6a^3 \mp 9a^2$
$2a^2 + 6a - 1$	$-2a^2 - 6a + 1$
$-1$	$\pm 2a^2 \mp 6a \mp 1$
0	

$$162. \sqrt[4]{1 - 8a + 21a^2 - 32a^3 + 16a^4} = 1 - 4a + 4a^2 = (1 - 2a)^2.$$

$2 - 4a$	$-8a + 24a^2$
$-4a$	$\pm 8a \mp 16a^2$
$2 - 8a + 4a^2$	$8a^2 - 32a^3 + 16a^4$
$+4a^2$	$\mp 8a^2 \pm 32a^3 \mp 16a^4$
0	

$$162. \sqrt[4]{9a^4 - 18a^3 + 3a^2 + 6a + 1} = 3a^2 - 3a - 1.$$

$6a^2 - 3a$	$-18a^3 + 3a^2$
$-3a$	$\pm 18a^3 - 9a^2$
$6a^2 - 6a - 1$	$-6a^2 + 6a + 1$
$-1$	$\pm 6a^2 \mp 6a \mp 1$
0	

$$163. \sqrt[4]{9a^4 - 6a^3b + 25a^2b^2 - 8ab^3 + 16b^4} = 3a^2 - ab + 4b^2.$$

$6a^2 - ab$	$-6a^3b + 25a^2b^2$
$-ab$	$\pm 6a^3b \mp a^2b^2$
$6a^2 - 2ab + 4b^2$	$24a^2b^2 - 8ab^3 + 16b^4$
$+4b^2$	$\mp 24a^2b^2 \mp 8ab^3 \mp 16b^4$
0	

$$163. \sqrt[4]{25a^4 - 40a^3b + 6a^2b^2 + 8ab^3 + b^4} = 5a^2 - 4ab - b^2.$$

$10a^2 - 4ab$	$-40a^3b + 6a^2b^2$
$-4ab$	$\pm 40a^3b \mp 16a^2b^2$
$10a^2 - 8ab - b^2$	$-10a^2b^2 + 8ab^3 + b^4$
$-b^2$	$\pm 10a^2b^2 \mp 8ab^3 \mp b^4$
0	

$$164. \sqrt{\frac{1}{4}a^4 - 2a^3b + \frac{13}{3}a^2b^2 - \frac{4}{3}ab^3 + \frac{1}{9}b^4} = \frac{1}{2}a^2 - 2ab + \frac{1}{3}b^2.$$

$$\mp \frac{1}{4}a^4$$

$a^2 - 2ab$	$-2a^3b + \frac{13}{3}a^2b^2$
$-2ab$	$\pm 2a^3b \mp 4a^2b^2$
$a^2 - 4ab + \frac{1}{3}b^2$	$+\frac{1}{3}a^3b^2 - \frac{4}{3}ab^3 + \frac{1}{9}b^4$
$+\frac{1}{3}b^2$	$\mp \frac{1}{3}a^3b^2 \pm \frac{4}{3}ab^3 \mp \frac{1}{9}b^4$
0	

$$164. \sqrt{\frac{9}{16}a^4 - a^3b - \frac{11}{36}a^2b^2 + \frac{2}{3}ab^3 + \frac{1}{4}b^4} = \frac{3}{4}a^2 - \frac{2}{3}ab - \frac{1}{2}b^2.$$

$$\mp \frac{9}{16}a^4$$

$\frac{3}{2}a^2 - \frac{2}{3}ab$	$-a^3b - \frac{11}{36}a^2b^2$
$\frac{2}{3}ab$	$\pm a^3b \mp \frac{4}{9}a^2b^2$
$\frac{3}{2}a^2 - \frac{4}{3}ab - \frac{1}{2}b^2$	$-\frac{27}{36}a^2b^3 + \frac{2}{3}ab^3 + \frac{1}{4}b^4$
$-\frac{1}{2}b^2$	$\pm \frac{27}{36}a^2b^3 \mp \frac{2}{3}ab^3 \mp \frac{1}{4}b^4$
0	

$$165. \sqrt{a^2 + 2 - 2a^{-1} + a^{-2} - 2a^{-3} + a^{-4}} = a + a^{-1}a^{-2}.$$

$$\mp a^2$$

$2a + a^{-1}$	$2 - 2a^{-1} + a^{-2}$
$+a^{-1}$	$\mp 2$
$2a + 2a^{-1} - a^{-2}$	$-2a^{-1} - 2a^{-3} + a^{-4}$
$-a^{-2}$	$\pm 2a^{-1} \pm 2a^{-3} \mp a^{-4}$
0	

$$165. \sqrt{a^4 - 2a^2 - 2a + 1 + 2a^{-1} + a^{-2}} = a^2 - 1 - a^{-1}.$$

$$\mp a^4$$

$2a^2 - 1$	$-2a^2 - 2a + 1$
$-1$	$\pm 2a^2$
$2a^2 - 2 - a^{-1}$	$-2a + 2a^{-1} + a^{-2}$
$-a^{-1}$	$\pm 2a \mp 2a^{-1} \mp a^{-2}$
0	



$$166. \sqrt{\frac{16}{9}a^2 - \frac{8}{5} - \frac{16}{9a} + \frac{9}{25a^2} + \frac{4}{5a^3} + \frac{4}{9a^4}} = \frac{4}{3}a - \frac{3}{5a} - \frac{2}{3a^2} + \frac{16}{9}a^2$$

$$\begin{array}{r|l} \frac{4}{3}a - \frac{3}{5a} & -\frac{5}{5} - \frac{16}{9a} + \frac{9}{25a^2} \\ -\frac{3}{5a} & \pm \frac{8}{5} = \frac{9}{25a^2} \\ \hline \frac{4}{3}a - \frac{6}{5a} - \frac{2}{3a^2} & -\frac{16}{9a} + \frac{4}{5a^3} + \frac{4}{9a^4} \\ -\frac{2}{3a^2} & \pm \frac{16}{9a} \pm \frac{4}{5a^3} \pm \frac{4}{9a^4} \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$166. \sqrt{\frac{4}{25}a^4 - 2a^3 + \frac{25}{4}a^2 + a - \frac{25}{4} + \frac{25}{16a^2}} = \frac{2}{5}a^2 - \frac{5}{2}a - \frac{5}{4a} + \frac{4}{25}a^4$$

$$\begin{array}{r|l} \frac{4}{5}a^2 - \frac{5}{2}a & -2a^3 + \frac{25}{4}a^2 \\ -\frac{5}{2}a & \pm 2a^3 \mp \frac{25}{4}a^2 \\ \hline \frac{4}{5}a^2 - 5a + \frac{5}{4a} & a - \frac{25}{4} + \frac{25}{16a^2} \\ +\frac{5}{4a} & \mp a \mp \frac{25}{4} \mp \frac{25}{16a^2} \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$167. \sqrt{x^6 - 4x^5 - 2x^4 + 22x^3 - 11x^2 - 30x + 25} = x^3 - 2x^2 - 3x + 5$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 2x^2 - 4x^3 - 2x^4 & \\ -2x^3 \pm 4x^5 \mp 4x^4 & \\ \hline 2x - 1x^2 - 3x & -6x^4 + 22x^3 - 11x^2 \\ -3x & \pm 6x^4 \mp 12x^3 \mp 9x^2 \\ \hline 2x - 1x^2 - 6x + 5 & 10x^3 - 20x^2 - 30x + 25 \\ +5 & \mp 10x^3 \mp 20x^2 \mp 30x \mp 25 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$167. \sqrt{x^6 - 4x^5 - 2x^4 + 22x^3 - 11x^2 - 30x + 25} = x^3 - 2x^2 - 3x + 5$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 + 6x^2 - 4x & -9x^4 - 34x^3 - 14x^2 \\ -9x^4 - 34x^3 - 14x^2 & \\ \hline 2x^3 + 6x^2 - 4x - 5 & -10x^3 - 30x^2 + 40x + 25 \\ -5 & \pm 10x^3 \pm 30x^2 \mp 40x \mp 25 \\ \hline & 0 \end{array}$$





Изъ тождества  $mx - n = 144x - 64$  слѣдуетъ, что  $m = 144$ ,  $n = 64$ .

$$172. \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3ax^2 + mx - n}{\mp x^3}} = x - a.$$

$3 \cdot (x)^2 = 3x^2$	$-3ax^2 + mx - n$
$3 \cdot x^2 \cdot (-a) =$	$-3ax^2$
$3 \cdot x \cdot (-a)^2 =$	$+3a^2x$
$(-a)^3 =$	$-a^3$
ост.	$-3ax^2 + 3a^2x - a^3$
	$= 0$ при слѣд. услов.

Изъ тождества  $mx - n = 3a^2x - a^3$  слѣдуетъ, что  $m = 3a^2$  и  $n = a^3$ .

$$172. \sqrt[3]{\frac{x^3 + 9ax^2 + mx + n}{\mp x^3}} = x + 3a.$$

$3 \cdot (x)^2 = 3x^2$	$9ax^2 + mx + n$
$3 \cdot x^2 \cdot (3a) =$	$9ax^2$
$3 \cdot x \cdot (3a)^2 =$	$+27a^2x$
$(3a)^3 =$	$+27a^3$
	$9ax^2 + 27a^2x + 27a^3$
ост.	$= 0$ при слѣд. услов.

Изъ тождества  $mx + n = 27a^2x + 27a^3$  вытекаетъ, что  $m = 27a^2$  и  $n = 27a^3$ .

$$173. \sqrt[3]{\frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{\mp x^3}} = x + \frac{a}{3}.$$

$3 \cdot (x)^2 = 3x^2$	$ax^2 + bx + c$
$3 \cdot x^2 \cdot \frac{a}{3} =$	$ax^2$
$3 \cdot x \cdot \left(\frac{a}{3}\right)^2 =$	$+\frac{a^2}{3} \cdot x$
$\left(\frac{a}{3}\right)^3 =$	$+\frac{a^3}{27}$
	$ax^2 + \frac{a^2}{3}x + \frac{a^3}{27}$
ост.	$= 0$ при слѣд. услов.

Изъ тождества  $bx + c = \frac{a^2}{3}x + \frac{a^3}{27}$  вытекаетъ, что  $b = \frac{a^2}{3}$  и  $c = \frac{a^3}{27}$ .

$$173. \sqrt[3]{\begin{array}{r} a^3x^3+bx^2+cx+d \\ -a^3x^3 \end{array}} = ax + \frac{b}{3a^2}$$

$3 \cdot (ax)^2 = 3a^2x^2$	$bx^2 + cx + d$
$3 \cdot (ax)^2 \cdot \frac{b}{3a^2} =$	$bx^2$
$3 \cdot (ax) \cdot \left(\frac{b}{3a^2}\right)^2 =$	$+\frac{b^2}{3a^3}x$
$\left(\frac{b}{3a^2}\right)^3 =$	$+\frac{b^3}{27a^6}$
	$bx^2 + \frac{b^2}{3a^3}x + \frac{b^3}{27a^6}$
ост.	= 0 при слѣд. усл.

Изъ тождества  $cx + d = \frac{b^2}{3a^3}x + \frac{b^3}{27a^6}$  слѣдуетъ, что  $c = \frac{b^2}{3a^3}$  и  $d = \frac{b^3}{27a^6}$ .

174. Положимъ, что къ произведенію трехъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ  $a(a+1)(a+2)$  слѣдуетъ прибавить  $x$ , чтобы получился полный кубъ. Имѣемъ:  
 $a(a+1)(a+2)+x=a(a^2+3a+2)+x=a^3+3a^2+2a+x$ . Далѣе (см. выноски къ зад. № 171),

$$\sqrt[3]{\begin{array}{r} a^3+3a^2+2a+x \\ -a^3 \end{array}} = a+1.$$

$3 \cdot (a)^2 = 3a^2$	$3a^2+2a+x$
$3 \cdot a^2 \cdot 1 =$	$3a^2$
$3 \cdot a \cdot 1^2 =$	$+3a$
$1^3 =$	$+1$
	$3a^2+3a+1$

ост. = 0 при слѣд. условіи:  $2a+x=3a+1$ ; отсюда  $x=a+1$ .

174. Положимъ, что одно изъ четныхъ чиселъ есть  $2a$ . Тогда другое  $=2a+2$ , третье  $=2a+4$ . Пусть къ произведенію  $2a(2a+2)(2a+4)$  надо прибавить  $x$ , чтобы получился полный кубъ. Имѣемъ:  $2a(2a+2)(2a+4)+x=2a(4a^2+12a+8)+x=8a^3+24a^2+16a+x$ . Далѣе (см. выноски къ зад. № 171),

$$\sqrt[3]{\begin{array}{r} 8a^3+24a^2+16a+x \\ -8a^3 \end{array}} = 2a+2.$$

$3 \cdot (2a)^2 = 12a^2$	$24a^2+16a+x$
$3 \cdot (2a)^2 \cdot 2 =$	$24a^2$
$3 \cdot 2a \cdot 2^2 =$	$+24a$
$2^3 =$	$+8$
	$24a^2+24a+8$

ост. = 0 при слѣд. условіи: изъ равенства  $16a+x=24a+8$  вытекаетъ, что  $x=8a+8=4(2a+2)$ , т. е.  $x$  долженъ равняться учетверенному среднему изъ взятыхъ чиселъ.

$$175. \sqrt[3]{\begin{array}{l} 64x^3 - 144x^2y + 108xy^2 - 27y^3 = 4x - 3y. \\ + 64x^3 \end{array}}$$

$3 \cdot (4x)^2 = 48x^2$	$-144x^2y + 108xy^2 - 27y^3$
$3 \cdot (4x)^2 \cdot (-3y) =$	$-144x^2y$
$3 \cdot 4x \cdot (-3y)^2 =$	$+108xy^2$
$(-3y)^3 =$	$-27y^3$
	$\pm 144x^2y + 108xy^2 \pm 27y^3$
OCT. = 0	

$$175. \sqrt[3]{\begin{array}{l} 125x^3 - 225x^2y + 135xy^2 - 27y^3 = 5x - 3y. \\ + 125x^3 \end{array}}$$

$3 \cdot (5x)^2 = 75x^2$	$-225x^2y + 135xy^2 - 27y^3$
$3 \cdot (5x)^2 \cdot (-3y) =$	$-225x^2y$
$3 \cdot 5x \cdot (-3y)^2 =$	$+135xy^2$
$(-3y)^3 =$	$-27y^3$
	$\pm 225x^2y + 135xy^2 \pm 27y^3$
OCT. = 0	

$$176. \sqrt[3]{\begin{array}{l} 343a^6 - 441a^4b^5 + 189a^2b^{10} - 27b^{15} = 7a^2 - 3b^5. \\ + 343a^6 \end{array}}$$

$3 \cdot (7a^2)^2 = 147a^4$	$-441a^4b^5 + 189a^2b^{10} - 27b^{15}$
$3 \cdot (7a^2)^2 \cdot (-3b^5) =$	$-441a^4b^5$
$3 \cdot 7a^2 \cdot (-3b^5)^2 =$	$+189a^2b^{10}$
$(-3b^5)^3 =$	$-27b^{15}$
	$\pm 441a^4b^5 + 189a^2b^{10} \pm 27b^{15}$
OCT. = 0	

$$176. \sqrt[3]{\begin{array}{l} 125b^{21} - 150b^{14}a^5 + 60b^7a^{10} - 8a^{15} = 5b^7 - 2a^5. \\ + 125b^{21} \end{array}}$$

$3 \cdot (5b^7)^2 = 75b^{14}$	$-150b^{14}a^5 + 60b^7a^{10} - 8a^{15}$
$3 \cdot (5b^7)^2 \cdot (-2a^5) =$	$-150b^{14}a^5$
$3 \cdot (5b^7) \cdot (-2a^5)^2 =$	$+60b^7a^{10}$
$(-2a^5)^3 =$	$-8a^{15}$
	$\pm 150b^{14}a^5 + 60b^7a^{10} \pm 8a^{15}$
OCT. = 0	

$$177. \sqrt[3]{\begin{array}{l} x^6 + 3x^5 + 6x^4 + 7x^3 + 6x^2 + 3x + 1 = x^2 + x + 1. \\ + x^6 \end{array}}$$

$3 \cdot (x^2)^2 = 3x^4$	$3x^5 + 6x^4 + 7x^3$
$3 \cdot (x^2)^2 \cdot x =$	$3x^5$
$3 \cdot x^2 \cdot (x)^2 =$	$+3x^4$
$(x)^3 =$	$+x^3$
	$\pm 3x^5 + 3x^4 + x^3$
$3 \cdot (x^2)^2 = 3x^4$	$3x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 3x + 1$
$3 \cdot (x^2 + x)^2 \cdot 1 =$	$3x^4 + 6x^3 + 3x^2$
$3 \cdot (x^2 + x) \cdot 1^2 =$	$+3x^2 + 3x$
$1^3 =$	$+1$
	$\pm 3x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 3x + 1$
OCT. = 0	

$$177. \sqrt[3]{x^6 - 6x^5 + 9x^4 + 4x^3 - 9x^2 - 6x - 1} = x^2 - 3x - 1.$$

$3 \cdot (x^2)^2 = 3x^4$	$-6x^5 + 9x^4 + 4x^3$
$3 \cdot (x^2)^2 \cdot (-2x) =$	$-6x^5$
$3 \cdot x^2 \cdot (-2x)^2 =$	$+12x^4$
$(-2x)^3 =$	$-8x^3$
	$+6x^5 + 12x^4 + 8x^3$
$3 \cdot (x^2)^2 = 3x^4$	$-3x^4 + 12x^3 - 9x^2 - 6x - 1$
$3 \cdot (x^2 - 2x)^2 \cdot (-1) =$	$-3x^4 + 12x^3 - 12x^2$
$3 \cdot (x^2 - 2x) \cdot (-1)^2 =$	$+3x^2 - 6x$
$(-1)^3 =$	$-1$
	$+3x^4 + 12x^3 + 9x^2 + 6x + 1$

ост. = 0

$$178. \sqrt[3]{-4a^6b^3 - 36a^5b^3 - 6a^4b^4 + 117a^3b^3 + 12a^2b^2 - 14ab + 64} = -2a^2b^2 - 3ab + 4.$$

$3 \cdot (-2a^2b^2)^2 = 12a^4b^4$	$-36a^5b^3 - 6a^4b^4 + 117a^3b^3$
$3 \cdot (-2a^2b^2)^2 \cdot (-3ab) =$	$-36a^5b^3$
$3 \cdot (-2a^2b^2) \cdot (-3ab)^2 =$	$-54a^4b^4$
$(-3ab)^3 =$	$-27a^3b^3$
	$+4a^4b^4 + 54a^4b^4 + 27a^3b^3$
$3 \cdot (-2a^2b^2)^2 = 12a^4b^4$	$4a^4b^4 + 144a^3b^3 + 12a^2b^2 - 14ab + 64$
$3 \cdot (-2a^2b^2 - 3ab)^2 \cdot (-1) =$	$48a^4b^4 + 144a^3b^3 + 108a^2b^2$
$3 \cdot (-2a^2b^2 - 3ab) \cdot (-1)^2 =$	$-96a^2b^2 - 144ab$
$1^3 =$	$+64$
	$+48a^4b^4 + 144a^3b^3 + 12a^2b^2 + 144ab + 64$

ост. = 0

$$178. \sqrt[3]{27a^6 - 135a^5b + 171a^4b^2 + 55a^3b^3 - 144a^2b^4 - 60ab^5 - 8b^6} = 3a^2 - 5ab - 2b^2.$$

$3 \cdot (3a^2)^2 = 27a^4$	$-135a^5b + 171a^4b^2 + 55a^3b^3$
$3 \cdot (3a^2)^2 \cdot (-5ab) =$	$-135a^5b$
$3 \cdot 3a^2 \cdot (-5ab)^2 =$	$+225a^4b^2$
$(-5ab)^3 =$	$-125a^3b^3$
	$+135a^5b + 225a^4b^2 + 125a^3b^3$
$3 \cdot (3a^2 - 5ab)^2 = 27a^4$	$-54a^4b^2 + 180a^3b^3 - 114a^2b^4 - 60ab^5 - 8b^6$
$3 \cdot (3a^2 - 5ab)^2 \cdot (-2b^2) =$	$-54a^4b^2 + 180a^3b^3 - 150a^2b^4$
$3 \cdot (3a^2 - 5ab) \cdot (-2b^2)^2 =$	$+36a^2b^4 - 60ab^5$
$(-2b^2)^3 =$	$-8b^6$
	$+54a^4b^2 + 180a^3b^3 + 114a^2b^4 + 60ab^5 + 8b^6$

ост. = 0

$$179. \sqrt[3]{a^{30}-9a^{25}+33a^{20}-63a^{15}+66a^{10}-36a^5+8=a^{10}-3a^5+2.}$$

$3 \cdot (a^{10})^3 = 3a^{30}$	$-9a^{25}+33a^{20}-63a^{15}$
$3 \cdot (a^{10})^2 \cdot (-3a^5) =$	$-9a^{25}$
$3 \cdot a^{10} \cdot (-3a^5)^2 =$	$+27a^{20}$
$(-3a^5)^3 =$	$-27a^{15}$
	$+6a^{10}-27a^5+27a^0$
$3 \cdot (a^{10})^2 = 3a^{20}$	$6a^{20}-36a^{15}+66a^{10}-36a^5+8$
$3 \cdot (a^{10}-3a^5)^2 \cdot 2 =$	$6a^{20}-36a^{15}+54a^{10}$
$3 \cdot (a^{10}-3a^5) \cdot 2^2 =$	$+12a^{10}-36a^5$
$2^3 =$	$+8$
	$+6a^{20}+36a^{15}+66a^{10}+36a^5+8$
ост.	$= 0$

$$179. \sqrt[3]{27a^{36}-27a^{30}+117a^{24}-73a^{18}+156a^{12}-48a^6+64=3a^{12}-a^6+4.}$$

$3 \cdot (3a^{12})^3 = 27a^{36}$	$-27a^{30}+117a^{24}-73a^{18}$
$3 \cdot (3a^{12})^2 \cdot (-a^6) =$	$-27a^{30}$
$3 \cdot 3a^{12} \cdot (-a^6)^2 =$	$+9a^{24}$
$(-a^6)^3 =$	$-a^{18}$
	$+27a^{30}+9a^{24}+a^{18}$
$3 \cdot (3a^{12})^2 = 27a^{24}$	$108a^{24}-72a^{18}+156a^{12}-48a^6+64$
$3 \cdot (3a^{12}-a^6)^2 \cdot 4 =$	$108a^{24}-72a^{18}+12a^{12}$
$3 \cdot (3a^{12}-a^6) \cdot 4^2 =$	$+144a^{12}-48a^6$
$4^3 =$	$+64$
	$+108a^{24}+72a^{18}+156a^{12}+48a^6+64$
ост.	$= 0$

$$180. \sqrt[3]{x^9-3x^8+6x^7-10x^6+12x^5-12x^4+10x^3-6x^2+3x-1=x^3-x^2+x-1.}$$

$3 \cdot (x^3)^3 = 3x^9$	$-3x^8+6x^7-10x^6$
$3 \cdot (x^3)^2 \cdot (-x^2) =$	$-3x^8$
$3 \cdot x^3 \cdot (-x^2)^2 =$	$+2x^7$
$(-x^2)^3 =$	$-x^6$
	$-3x^8+3x^7+x^6$
$3 \cdot (x^3)^2 = 3x^6$	$3x^7-9x^6+12x^5-12x^4+10x^3$
$3 \cdot (x^3-x^2)^2 \cdot x =$	$3x^7-6x^6+3x^5$
$3 \cdot (x^3-x^2) \cdot x^2 =$	$+3x^5-3x^4$
$x^3 =$	$+x^3$
	$+3x^7+6x^6+6x^5+3x^4+x^3$
$3 \cdot (x^3)^2 = 3x^6$	$-3x^7-6x^5-9x^4+9x^3-6x^2+3x-1$
$3 \cdot (x^3-x^2+x)^2 \cdot (-1) =$	$-3x^7+6x^5-9x^4+6x^3-3x^2$
$3 \cdot (x^3-x^2+x) \cdot (-1)^2 =$	$+3x^3-3x^2+3x$
$(-1)^3 =$	$-1$
	$+3x^7+6x^5+9x^4+6x^3+3x+1$
ост.	$= 0$



$$180. \sqrt[3]{\frac{x^{18} + 3x^{16} - 8x^{12} - 6x^{10} + 6x^8 + 8x^6 - 3x^2 - 1}{x^{18}}} = x^6 + x^4 - x^2 - 1.$$

$3.(x^6)^2 = 3x^{12}$	$3x^{16} - 8x^{12} - 6x^{10}$
$3.(x^6)^2 \cdot x^4 =$	$3x^{16}$
$3.x^6 \cdot (x^4)^2 =$	$+3x^{14}$
$(x^4)^3 =$	$+x^{12}$
	$+3x^{16} + 3x^{14} + x^{12}$
$3.(x^6)^2 = 3x^{12}$	$-3x^{14} - 9x^{12} - 6x^{10} + 6x^8 + 8x^6$
$3.(x^6 + x^4)^2 \cdot (-x^2) =$	$-3x^{14} - 6x^{12} - 3x^{10}$
$3.(x^6 + x^4) \cdot (-x^2)^2 =$	$+3x^{10} + 3x^8$
$(-x^2)^3 =$	$+x^6$
	$+3x^{14} + 6x^{12} \quad +3x^8 + x^6$
$3.(x^6)^2 = 3x^{12}$	$-3x^{12} - 6x^{10} + 3x^8 + 9x^6 - 3x^2 - 1$
$3.(x^6 + x^4 - x^2)^2 \cdot (-1) =$	$-3x^{12} - 6x^{10} + 3x^8 + 6x^6 - 3x^4$
$3.(x^6 + x^4 - x^2) \cdot (-1)^2 =$	$+3x^6 + 3x^4 - 3x^2$
$(-1)^3 =$	$-1$
	$+3x^{12} + 6x^{10} + 3x^8 + 9x^6 + 3x^2 + 1$
ост.	= 0

### § 5. Извлечение квадратного корня изъ чиселъ.

$$181. \sqrt{5'76} = 24.$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & \\ \hline 44 & 17'6 \\ 4 & 17\ 6 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$181. \sqrt{7'84} = 28.$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & \\ \hline 48 & 99'4 \\ 8 & 39\ 4 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$182. \sqrt{3'61} = 19.$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & \\ \hline 29 & 26'1 \\ 9 & 26\ 1 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$182. \sqrt{8'41} = 29.$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & \\ \hline 49 & 44'1 \\ 9 & 44\ 1 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$183. \sqrt{18'49} = 43.$$

$$\begin{array}{r|l} 16 & \\ \hline 83 & 24'9 \\ 3 & 24\ 9 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$183. \sqrt{42'25} = 65.$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & \\ \hline 125 & 62'5 \\ 5 & 62\ 5 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$184. \sqrt{60'84'00} = 780.$$

$$\begin{array}{r|l} 49 & \\ \hline 148 & 11'84 \\ 8 & 11\ 84 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$184. \sqrt{21'16'00} = 460.$$

$$\begin{array}{r|l} 16 & \\ \hline 86 & 51'6 \\ 6 & 51\ 6 \\ \hline & 0 \end{array}$$

185.  $\sqrt{13'69}=37.$

67	46' 9
7	46 9
0	

185.  $\sqrt{84'64}=92.$

182	36' 4
2	36 4
0	

186.  $\sqrt{28'09'00'00}=5300.$

103	02' 9
8	02 9
0	

186.  $\sqrt{72'25'00'00}=8500.$

165	82' 5
5	82 5
0	

187.  $\sqrt{46'24}=68.$

128	102' 4
8	102 4
0	

187.  $\sqrt{53'29}=73.$

143	42' 9
3	42 9
0	

188.  $\sqrt{94'09'00'00'00}=97000.$

187	130' 9
7	130 9
0	

188.  $\sqrt{31'36'00'00'00}=56000.$

106	63' 6
6	63 6
0	

189.  $\sqrt{65'61.10^4}=81.10^2=8100.$

161	16' 1
1	16 1
0	

189.  $\sqrt{24'01.10^2}=49.10=490.$

89	50' 1
9	50 1
0	

190.  $\sqrt{96'04.10^6}=98000(=98.10^3). 10^0 \sqrt{54'75.10^4}=76.10^2=7600.$

188	150' 4
8	150 4
0	

144	57' 6
4	57 6
0	

191.  $\sqrt{5'47'56}=234.$

43	14' 7
3	12 9
0	
464	1 85' 6
4	1 85 6
0	

191.  $\sqrt{17424}=132.$

23	7 4
3	6 9
0	
262	52' 4
2	52 4
0	

$$192. \sqrt{5'61'63} = 237.$$

4	
43	16'1
3	12 9
467	
7	326'9
	326 9
0	

$$193. \sqrt{17'44} = 912$$

181	
1	18 1
1822	
2	364'4
	364 4
0	

$$194. \sqrt{25'90'81} = 509.$$

25	
1009	980'1
9	908 1
0	

$$195. \sqrt{76'73'76} = 876.$$

64	
167	127'3
7	116 9
1746	
6	1047'6
	1047 6
0	

$$196. \sqrt{46'37'61} = 681.$$

36	
128	103'7
8	102 4
1361	
1	136'1
	136 1
0	

$$197. \sqrt{1'82'25} = 135.$$

1	
23	8'2
3	6 9
265	
5	132'5
	132 5
0	

$$192. \sqrt{7'18'21} = 268.$$

4	
46	31 8
6	27 6
528	
8	422'4
	422 4
0	

$$193. \sqrt{61'30'59} = 783.$$

49	
135	123'0
8	118'4
1503	
3	408'9
	468 9
0	

$$194. \sqrt{50'12'64} = 708.$$

49	
1408	1 126'4
8	1 126 4
0	

$$193. \sqrt{63'20'25} = 795.$$

49	
149	2'0
9	13 4 1
1585	
5	7 92'5
	7 92 5
0	

$$196. \sqrt{70'05'69} = 837.$$

64	
163	60'5
3	48 9
1667	
7	11 66'9
	11 66 9
0	

$$197. \sqrt{3'38'56} = 184.$$

1	
28	23'8
8	22 4
364	
4	1 45'6
	1 45 6
0	

$$198. \sqrt{72'59'04} = 852.$$

64	
165	85'9
5	82 5
1702	
2	3 40 4
0	

$$199. \sqrt{48'8 6'01} = 699.$$

36	
129	12 8'6
9	11 6 1
1389	
9	1 2 50'1
0	

$$199. \sqrt{22'56 25'00} = 4750.$$

16	
87	65'6
7	60 9
945	
5	4 72'5
0	

$$199. \sqrt{35'1 6'49'00} = 5930.$$

25	
109	10 1'6
9	9 3 1
1183	
3	3 5 4'9
0	

$$200. \sqrt{9'42'4 9'00'00} = 30700.$$

9	
607	42 4'9
7	42 4 9
0	

$$200. \sqrt{4'24'3 6'00'00} = 20600.$$

4	
406	24 3'6
6	24 3 6
0	

$$201. \sqrt{4'56'2 4'9 6} = 2186.$$

4	
41	5'6
1	4 1
423	
3	152'4
4266	
6	25 59'6
0	

$$201. \sqrt{3'3 5 6 2'2 4} = 1832.$$

1	
28	2 3'5
8	2 2 4
363	
3	1 1 6'2
3662	
2	7 3 2'4
0	

$$202. \sqrt{9 9 6 03'20} = 3156.$$

9	
61	9'6
1	6 1
65	
5	3 59'3
6306	
6	37 83'6
0	

$$202. \sqrt{15 0 1 0 2 2 5} = 4315.$$

16	
83	2 6'1
3	2 4 9
861	
1	1 2 9 2
8625	
5	4 3 1 2'5
0	

$$203. \sqrt{1'01'40'49} = 1007.$$

1	
207	14 04'9
7	14 04 9
0	

$$203. \sqrt{1 01'80 8 1} = 1009.$$

1	
2009	1 80 8'1
9	1 80 8 1
0	

$$204. \sqrt[4]{4'04'81'44}=2012.$$

4	
401	48'1
1	40 1
<hr/>	
4022	8 0 4'4
2	8 0 4 4
<hr/>	
0	

$$204. \sqrt[9]{9'16'27'29}=3027.$$

9	
602	16 2'7
2	12 0 4
<hr/>	
6017	4 2 3 2'9
7	4 2 3 2 9
<hr/>	
0	

$$205. \sqrt[49]{49'12'60'81}=7009.$$

49	
14009	12 60 8'1
9	12 60 8 1
<hr/>	
0	

$$205. \sqrt[81]{81'10'80'36}=9006.$$

81	
18006	10 80 3'6
6	10 80 3 6
<hr/>	
0	

$$206. \sqrt[49]{56'32'50'25}=7505.$$

49	
145	7 3'2
4	7 2 5
<hr/>	
15005	7 50 2'5
5	7 50 2 5
<hr/>	
0	

$$206. \sqrt[36]{40'99'84'09}=6403.$$

36	
124	4 9'9
4	4 9 6
<hr/>	
12803	3 84 0'9
3	3 84 0 9
<hr/>	
0	

$$207. \sqrt[64]{72'69'26'76}=8526.$$

64	
165	8 6'9
5	8 2 5
<hr/>	
1702	4 4 2'6
2	3 4 0 4
<hr/>	
17046	1 0 2 2 7'6
6	1 0 2 2 7 6
<hr/>	
0	

$$207. \sqrt[49]{57'07'80'25}=7555.$$

49	
145	8 0'7
5	7 2 5
<hr/>	
1505	8 2 8'0
5	7 5 2 5
<hr/>	
15105	7 5 5 2'5
5	7 5 5 2 5
<hr/>	
0	

$$208. \sqrt[81]{89'90'83'24}=9482.$$

81	
184	8 9'0
4	7 3 6
<hr/>	
1888	1 5 4 8'3
8	1 5 1 0 4
<hr/>	
18962	3 7 9 2'4
2	3 7 9 2 4
<hr/>	
0	

$$208. \sqrt[81]{97'97'04'04}=9898.$$

81	
188	16 9'7
8	15 0 4
<hr/>	
1969	1 9 3 0'4
9	1 7 7 2 1
<hr/>	
19788	1 5 8 3 0'4
8	1 5 8 3 0 4
<hr/>	
0	

209.  $\sqrt{19'7'4'9'1'8'6} = 4444.$

16	
84	8 7'4
4	8 8 6
884	8 8 9'1
4	8 5 8 6
8884	3 5 5 8'6
4	8 5 5 3 6
0	

209.  $\sqrt{30'8'5'8'0'2'5} = 5555.$

25	
105	5 8'5
5	5 2 5
1105	6 0 8'0
5	5 5 2 5
11105	5 5 5 2'5
5	5 5 5 2 5
0	

210.  $\sqrt{87'8'1'9'8'8'1} = 6109.$

36	
121	1 3'1
1	1 2 1
12209	1 0 9 8 8'1
9	1 0 9 8 8 1
0	

210.  $\sqrt{51'9'5'5'2'6'4} = 7208.$

49	
142	2 9'5
2	2 8 4
14408	1 1 5 2 6'4
8	1 1 5 2 6 4
0	

211.  $\sqrt{12'26'96'07'84} = 35028.$

9	
65	32'6
5	32 5
7002	1960'7
2	1400 4
70048	560 38'4
8	560 38 4
0	

211.  $\sqrt{79'23'49'21'96} = 89014.$

64	
169	15 2'3
9	15 2 1
17801	2492'1
1	1780 1
178024	71209'6
4	71209 4
0	

212.  $\sqrt{28'31'72'97'96} = 53214.$

25	
103	83'1
8	80 9
1062	2 27'2
2	2 12 4
10641	14 89'7
1	10 64 1
106424	4 25 69'6
4	4 25 69 4
0	

212.  $\sqrt{13'77'96'86'41} = 37121.$

9	
67	4 7'7
7	4 6 9
741	89'6
1	74 1
7422	15 58'6
2	14 84 4
74241	74 24'1
1	74 24 1
0	

$$\sqrt[43]{19'71'77'96'49} = 701407. \quad 213. \sqrt[25]{25'01'09'01'18'81} = 500109.$$

$$\begin{array}{r|l} 1401 & 19'71' \\ 1 & 1401 \\ \hline 14024 & 5'707'7 \\ 4 & 56096 \\ \hline 140297 & 981964'9 \\ 7 & 981964'9 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 10001 & 10'90'1 \\ 1 & 10'00'1 \\ \hline 1000209 & 90'0188'1 \\ 9 & 90'0188'1 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$214. \sqrt[1]{10'42'12'81'71'56} = 1012034. \quad 214. \sqrt[91]{90'32'23'47'49'32'49} = 9503807.$$

$$\begin{array}{r|l} 211 & 24'2 \\ 1 & 20'1 \\ \hline 2022 & 4'11'2 \\ & 4044 \\ \hline 20243 & 65517'1 \\ 3 & 60720'9 \\ \hline 2024064 & 809625'6 \\ 4 & 809625'6 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 185 & 9'3'2 \\ 5 & 9'2'5 \\ \hline 19003 & 7234'7 \\ 3 & 5700'9 \\ \hline 190063 & 153384'9 \\ 8 & 152054'4 \\ \hline 19007607 & 13305324'9 \\ 7 & 13305324'9 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$215. \sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}.$$

$$215. \sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8}.$$

$$216. \sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}.$$

$$216. \sqrt{5\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}.$$

$$217. \sqrt{\frac{256}{2509}} = \frac{16}{51}.$$

$$217. \sqrt{\frac{1569}{2025}} = \frac{37}{45}.$$

$$218. \sqrt{\frac{1}{17424}} = \sqrt{\frac{19}{1936}} = \frac{7}{44}.$$

$$218. \sqrt{\frac{576}{45369}} = \sqrt{\frac{64}{5041}} = \frac{8}{71}.$$

$$219. \sqrt{552\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{2209}{4}} = \frac{47}{2} = 23\frac{1}{2}.$$

$$219. \sqrt{3211\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{28900}{9}} = \frac{170}{3} = 56\frac{2}{3}.$$

$$220. \sqrt{10955\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{98596}{9}} = \frac{314}{3} = 104\frac{2}{3}.$$

$$220. \sqrt{750\frac{19}{25}} = \sqrt{\frac{18769}{25}} = \frac{137}{5} = 27\frac{2}{5}.$$

\*) В примѣрахъ 215—222 корни извлекаются изъ числителей и знаменателей. Под-  
робное извлечение изъ корней изъ чиселъ, хотя бы они и были большими, мы здѣсь опу-  
скаемъ, т. к. предыдущія упражненія дѣлаютъ излишнимъ такую детализацию.

$$221. \sqrt{\frac{543}{700}} = \sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{7}{10} = 0,7.$$

$$221. \sqrt{\frac{729}{900}} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10} = 0,9.$$

$$222. \sqrt{\frac{867}{14283}} = \sqrt{\frac{289}{4761}} = \frac{17}{69}.$$

$$222. \sqrt{\frac{1805}{31205}} = \sqrt{\frac{361}{6241}} = \frac{19}{79}.$$

$$223. \sqrt{\frac{0,33'61}{25}} = 0,58.$$

$$223. \sqrt{\frac{0,44'69}{36}} = 0,067.$$

$$\begin{array}{r|l} 108 & 86'4 \\ 8 & 86'4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 127 & 88'9 \\ 7 & 88'9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$224. \sqrt{\frac{0'00'39'69}{36}} = 0,063.$$

$$224. \sqrt{\frac{0'00'24'01}{16}} = 0,049.$$

$$\begin{array}{r|l} 123 & 36'9 \\ 3 & 36'9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 80'1 \\ 9 & 80'1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$225. \sqrt{\frac{0,26'41'06}{25}} = 0,514.$$

$$225. \sqrt{\frac{0,66'58'56}{64}} = 0,816.$$

$$\begin{array}{r|l} 101 & 14'1 \\ 1 & 10'1 \\ \hline 1024 & 409'6 \\ 4 & 409'6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 161 & 25'8 \\ 1 & 16'1 \\ \hline 1626 & 9'75'6 \\ 6 & 9'75'6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$226. \sqrt{\frac{0'00'00'86'49}{81}} = 0,0093.$$

$$226. \sqrt{\frac{0'00'00'54'76}{49}} = 0,0074.$$

$$\begin{array}{r|l} 183 & 54'9 \\ 3 & 54'9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 144 & 57'6 \\ 4 & 57'6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$227. \sqrt{\frac{2'37'16}{1}} = 1,54.$$

$$227. \sqrt{\frac{7'89'61}{4}} = 2,81.$$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 1'3'7 \\ 5 & 1'2'5 \\ \hline 304 & 1'21'6 \\ 4 & 1'21'6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 38'9 \\ 8 & 35'4 \\ \hline 561 & 56'1 \\ 1 & 56'1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$228. \sqrt{\frac{15'05'44}{9}} = 3,88.$$

$$228. \sqrt{\frac{83'17'44}{81}} = 9,12.$$

$$\begin{array}{r|l} 68 & 6'5 \\ 8 & 54'4 \\ \hline 768 & 614'4 \\ 8 & 614'4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 181 & 21'7 \\ 1 & 13'1 \\ \hline 1822 & 3'64'4 \\ 2 & 3'64'4 \\ \hline 0 \end{array}$$



229.  $\sqrt{0,00'00'25'80'64} = 0,00508.$

1008	806'4
8	806 4
0	

229.  $\sqrt{0,00'00'18'58'49} = 0,00407.$

807	564'9
7	564 9
0	

230.  $\sqrt{40,99'84'09} = 6,408.$

124	49'9
4	49 6
12808	3840'9
3	3840 9
0	

230.  $\sqrt{10,36'19'61} = 3,219.$

62	1 3'6
2	1 2 4
641	1 21'9
1	64 1
6429	5786'1
9	5786 1
0	

## § 6. Приближенное извлечение квадратных корней.

231.  $\sqrt{9'6 9} = 31.$

61	6'9
1	6 1
ост. = 8	

231.  $\sqrt{47'9 2} = 69.$

129	11 9'2
9	11 6 1
ост. = 3 1	

232.  $\sqrt{72'6 9} = 85.$

165	8 6'9
5	8 2 5
ост. = 44	

232.  $\sqrt{84'6 7} = 92.$

182	8 6'7
2	8 6 4
ост. = 3	

233.  $\sqrt{5'8 7'8 0} = 231.$

43	1 3'7
3	1 2 9
461	8 8'0
1	4 6 1
ост. = 4 1 9	

233.  $\sqrt{6'9 8'10} = 264.$

46	2 9'8
6	2 7 6
524	1 21'0
4	2 09 6
ост. = 11 4	

234.  $\sqrt{81'30'00'00} = 9016.$

1801	300'0
1	180 1
18026	11990'0
6	10815 6
ост. = 1174 4	

224.  $\sqrt{49'50'00'00} = 7035.$

1403	500'0
3	420 9
14065	79 10'0
5	70 32 5
ост. = 8 77 5	

*Примѣчаніе къ упражненіямъ 235—240.*

Примѣры 235—240 рѣшаются на основаніи формулы:  $\sqrt{A \left( \text{до } \frac{1}{k} \right)} = \frac{\sqrt{A \cdot k^2 (\text{до } 1)}}{k}$ .

$$\sqrt{235. \sqrt{7} \left( \text{до } \frac{1}{5} \right)} = \frac{\sqrt{7 \cdot 5^2}}{5} = \frac{\sqrt{175}}{5} = \frac{13}{5} \text{ (съ недостаткомъ) или } \frac{14}{5} \text{ (съ избыткомъ)}$$

$$\sqrt{235. \sqrt{3} \left( \text{до } \frac{1}{7} \right)} = \frac{\sqrt{3 \cdot 7^2}}{7} = \frac{\sqrt{147}}{7} = \frac{12}{7} \text{ (съ нед.) и } \frac{13}{7} \text{ (съ изб.).}$$

$$236. \sqrt{46} \left( \text{до } \frac{1}{4} \right) = \frac{\sqrt{46 \cdot 4^2}}{4} = \frac{\sqrt{736}}{4} = \frac{27}{4} \text{ (съ нед.) и } \frac{28}{4} \text{ (съ изб.).}$$

$$236. \sqrt{87} \left( \text{до } \frac{1}{6} \right) = \frac{\sqrt{87 \cdot 6^2}}{6} = \frac{\sqrt{3132}}{6} = \frac{55}{6} \text{ (съ нед.) и } \frac{56}{6} \text{ (съ изб.).}$$

$$237. \sqrt{568} \left( \text{до } \frac{1}{20} \right) = \frac{\sqrt{568 \cdot 20^2}}{20} = \frac{\sqrt{227200}}{20} = \frac{476}{20} \text{ съ нед. и } \frac{477}{20}$$

(съ изб.), причемъ

$$\sqrt{227200} = 476.$$

87	672
7	609
946	6800
6	5676
ост. = 624	

$$237. \sqrt{982} \left( \text{до } \frac{1}{30} \right) = \frac{\sqrt{982 \cdot 30^2}}{30} = \frac{\sqrt{883800}}{30} = \frac{940}{30} \text{ (съ нед.) и } \frac{941}{30}$$

(съ изб.), причемъ

$$\sqrt{883800} = 940.$$

184	738
4	786
1880	200
0	0
ост. = 200	

$$238. \sqrt{213} \text{ до } \left( \frac{1}{15} \right) = \frac{\sqrt{213 \cdot 15^2}}{15} = \frac{\sqrt{47925}}{15} = \frac{218}{15} \text{ (съ нед.) и } \frac{219}{15}$$

(съ изб.), причемъ

$$\sqrt{47925} = 218.$$

41	79
1	41
428	825
88	424
ост. = 401	

$$238. \sqrt{373} \left( \text{до } \frac{1}{25} \right) = \frac{\sqrt{373 \cdot 25^2}}{25} = \frac{\sqrt{233125}}{25} = \frac{482}{25} \text{ (съ нед.) и } \frac{483}{25}$$

(съ изб.), причемя

$$\sqrt{23'31'25} = 482.$$

$$\begin{array}{r} 89 \overline{) 731} \\ 8 \overline{) 704} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 962 \quad 272'5 \\ 2 \overline{) 1924} \end{array}$$

$$\text{ост.} = 801$$

$$239. \sqrt{5} \text{ до } \left( \frac{1}{200} \right) = \frac{\sqrt{5 \cdot 200^2}}{200} = \frac{\sqrt{200000}}{200} = \frac{447}{200} \text{ (съ нед.) и } \frac{448}{200}$$

(съ изб.), причемя

$$\sqrt{20'00'00} = 447.$$

$$\begin{array}{r} 84 \overline{) 40'0} \\ 4 \overline{) 336} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 887 \overline{) 640'0} \\ 7 \overline{) 6209} \end{array}$$

$$\text{ост.} = 191$$

$$239. \sqrt{7} \left( \text{до } \frac{1}{300} \right) = \frac{\sqrt{7 \cdot 300^2}}{300} = \frac{\sqrt{630000}}{300} = \frac{793}{300} \text{ (съ нед.) и } \frac{794}{300}$$

(съ изб.), причемя

$$\sqrt{63'00'00} = 793.$$

$$\begin{array}{r} 149 \overline{) 140'0} \\ 9 \overline{) 1341} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1583 \overline{) 590'0} \\ 3 \overline{) 4749} \end{array}$$

$$\text{ост.} = 1151$$

$$240. \sqrt{19} \left( \text{до } \frac{1}{300} \right) = \frac{\sqrt{19 \cdot 300^2}}{300} = \frac{\sqrt{1710000}}{300} = \frac{1307}{300} \text{ (съ нед.) и } \frac{1308}{300}$$

(съ изб.), причемя

$$\sqrt{17'100'00} = 1307.$$

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 7'1} \\ 8 \overline{) 69} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2607 \overline{) 2000'0} \\ 7 \overline{) 18249} \end{array}$$

$$\text{ост.} = 1751$$

240.  $\sqrt[91]{\left(10 \frac{1}{200}\right)} = \frac{\sqrt[91]{91 \cdot 200^2}}{200} = \frac{\sqrt[91]{3640000}}{200} = \frac{1907}{200}$  (съ нед.) и  $\frac{1908}{200}$   
 136). причемъ

$$\sqrt[1]{3'6\ 4'00'00} = 1907.$$

29	2 6' 4
9	2 6 1
3807	3000'0
7	2664 9
ост. = 335 1	

Корни изъ чиселъ, имѣющихъ сѣдѣть, дѣлятъ и при-  
 мѣнныя, и опредѣляютъ, предъпримѣнныя.

241.  $\sqrt[3]{3} = 1,732.$

1	
27	20'0
7	18 9
343	1 10'0
3	1 02 9
3462	7 10'0
2	6 92 4
17 6	

Т. обр.,  $\sqrt[3]{3}$  (до 0,1) = 1,7;  $\sqrt[3]{3}$  (до 0,01) = 1,73;

$\sqrt[3]{3}$  (до 0,001) = 1,732.

241.  $\sqrt[4]{7} = 2,645.$

4	
46	30'0
6	27 6
524	2 40'0
4	2 09 6
5285	30 40'0
5	26 42 5
8 97 5	

Т. обр.,  $\sqrt[4]{7}$  (до 0,1) = 2,6;  $\sqrt[4]{7}$  (до 0,01) = 2,64;

$\sqrt[4]{7}$  (до 0,001) = 2,645.

242.  $\sqrt[9]{5} = \frac{\sqrt[9]{5}}{3} = \frac{2,2}{3} = 0,7 \left(10 \frac{1}{30}\right) = \frac{2,23}{3} = 0,74 \left(10 \frac{1}{800}\right) -$

$$\sqrt[4]{5} = 2,236.$$

4	
42	10'0
2	8 4
443	1 60'0
8	1 32 9
4466	27 10'0
6	26 79 6
30 4	

$$= \frac{2,236}{3} = 0,745 \left(10 \frac{1}{3000}\right).$$

*Примѣчаніе.* Извлекая кв. корень изъ числа съ п.-нб. точностью и дѣля результатъ на нѣкоторое количество, мы измѣняемъ прежнюю точность. Напр., если  $\sqrt{5} = 2,2$  (до 0,1), то

$$\frac{\sqrt{5}}{3} = 0,7 \text{ уже до } \frac{0,1}{3}, \text{ т. е. до } \frac{1}{30}.$$

Сказанное относится и къ другимъ аналогичнымъ примѣрамъ.

$$242. \sqrt{\frac{11}{4}} = \frac{3,3}{2} = 1,6 \left( \frac{1}{20} \right) = \frac{3,31}{2} = 1,65 \left( \frac{1}{200} \right) = \frac{3,316}{2} = 1,658 \left( \frac{1}{2000} \right).$$

$$\sqrt{11} = 3,316.$$

63	20'0
3	18 9
661	1 10'0
1	66 1
6626	43 90'0
6	39 75 6
4 14 4	

$$243. \sqrt{\frac{5}{8}} = \sqrt{\frac{10}{16}} = \frac{\sqrt{10}}{4} = \frac{3,1}{4} = 0,7$$

$$\left( \frac{1}{40} \right) = \frac{3,16}{4} = 0,79 \left( \frac{1}{400} \right) =$$

$$= \frac{3,162}{4} = 0,790 \left( \frac{1}{4000} \right).$$

$$\sqrt{10} = 3,162.$$

61	10'0
1	6 1
626	3 90'0
6	3 75 6
6322	14 40'0
2	12 64 4
1 75 6	

$$243. \sqrt{\frac{5}{18}} = \sqrt{\frac{10}{36}} = \frac{\sqrt{10}}{6} = (\text{см. } \S 243) \frac{3,1}{6} = 0,5 \left( \frac{1}{60} \right) = \frac{3,16}{6} = 0,52$$

$$\left( \frac{1}{600} \right) = \frac{3,162}{6} = 0,527 \left( \frac{1}{6000} \right).$$

$$244. \sqrt{\frac{7}{24}} = \sqrt{\frac{42}{144}} = \frac{\sqrt{42}}{12} = \frac{6,4}{12} = 0,5$$

$$\left( \frac{1}{120} \right) = \frac{6,48}{12} = 0,54 \left( \frac{1}{1200} \right) = \frac{6,480}{12} = 0,540$$

$$\left( \frac{1}{12000} \right).$$

$$\sqrt{42} = 6,480.$$

124	60'0
4	49 6
1288	10 40'0
8	10 30 4
12960	9 60'0
0	0
9 6 00	

$$244. \sqrt{\frac{11}{20}} = \sqrt{\frac{0,55}{40}} = 0,7 \left( \frac{1}{20,1} \right) = 0,74 \left( \frac{1}{20,01} \right) = 0,741 \left( \frac{1}{20,001} \right).$$

144	60'0
4	57 6
1481	2 50'0
1	1 49 1
91 9	

$$245. \sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{3,20}{10}} = 1,7 \left( \frac{1}{3,1} \right) = 1,78 \left( \frac{1}{3,01} \right) = 1,788 \left( \frac{1}{3,001} \right).$$

27	2 2'0
7	1 8 9
348	3 10'0
8	2 78 4
3568	31 60'0
8	28 54 4
305 6	

$$245. \sqrt{7\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{66}{9}} = \frac{\sqrt{66}}{3} = \frac{8.1}{3} = 2,7 \left( 10 \frac{1}{30} \right) =$$

$$\frac{8,12}{3} = 2,70 \left( 10 \frac{1}{300} \right) = \frac{8,124}{3} = 2,708 \left( 10 \frac{1}{3000} \right).$$

$$\sqrt{66} = 8,124.$$

64	
161	20'0
1	16 1
1622	
2	3 90'0
	3 24 4
16244	
4	65 60'0
	64 97 6
62 4	

$$246. \sqrt{11\frac{4}{7}} = \sqrt{\frac{567}{49}} = \frac{\sqrt{567}}{7} = \frac{23.8}{7} = 3,4$$

$$\left( 10 \frac{1}{70} \right) = \frac{23,81}{7} = 3,40 \left( 10 \frac{1}{700} \right) = \frac{23,811}{7} =$$

$$= 3,401 \left( 10 \frac{1}{7000} \right).$$

$$\sqrt{5'67} = 23,811.$$

4	
43	16'7
3	12 9
468	
8	3 80'0
	3 74 4
4761	
1	5 60'0
	4 76 1
47621	
1	83 90'0
	47 62 1
86 27 9	

$$246. \sqrt{7\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{7'20'60'00}{4}} = 2,7 (10 0,1) = 2,70 (10 0,01) = 2,701 (10 0,001)$$

47 20'0	
7 31 9	
5401 1000'0	
1	540 1
459 9	

$$247. \sqrt{7\frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{85}{12}} = \sqrt{\frac{255}{36}} = \frac{\sqrt{255}}{6} =$$

$$= \frac{15.9}{6} = 2,6 \left( 10 \frac{1}{60} \right) = \frac{15,96}{6} = 2,66 \left( 10 \frac{1}{600} \right) =$$

$$= \frac{15 968}{6} = 2,661 \left( 10 \frac{1}{6000} \right).$$

$$\sqrt{2'55} = 15,968.$$

1	
25	15'5
5	12 5
309	
9	3 00'0
	2 78 1
3196	
6	21 90'0
	19 11 6
31928	
8	278 40'0
	255 42 4
22 97 6	

$$247. \sqrt{9\frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{9,12'50''00}{9}} = 3,0 \text{ (до 0,1)} = 3,02 \text{ (до 0,01)} = 3,020 \text{ (до 0,001)}.$$

$$\begin{array}{r|l} 602 & 12\ 5'0 \\ 2 & 12\ 0\ 4 \\ \hline 6040 & 4\ 60'0 \\ 0 & 0 \\ \hline & 4\ 60\ 0 \end{array}$$

$$248. \sqrt{11\frac{5}{49}} = \sqrt{\frac{544}{49}} = \frac{\sqrt{544}}{7} = \frac{23,3}{7} =$$

$$= 3,3 \left( \text{до } \frac{1}{70} \right) = \frac{23,32}{7} = 3,33 \left( \text{до } \frac{1}{700} \right) = \frac{23,323}{7} =$$

$$= 3,331 \left( \text{до } \frac{1}{7000} \right).$$

$$\sqrt{5'44} = 23.323.$$

$$\begin{array}{r|l} 43 & 14'4 \\ 4 & 12\ 9 \\ \hline 463 & 1\ 50'0 \\ 2 & 1\ 38\ 9 \\ \hline 4662 & 11\ 10'0 \\ 2 & 9\ 32\ 4 \\ \hline 46643 & 1\ 77\ 60'0 \\ 3 & 1\ 39\ 92\ 9 \\ \hline & 37\ 67\ 1 \end{array}$$

$$248. \sqrt{13\frac{7}{64}} = \sqrt{\frac{13,10'93''75}{9}} = 3,6 \text{ (до 0,1)} = 3,62 \text{ (до 0,01)} = 3,620 \text{ (до 0,001)}.$$

$$\begin{array}{r|l} 66 & 41'0 \\ 6 & 39\ 6 \\ \hline 722 & 1\ 49'3 \\ 2 & 1\ 44\ 4 \\ \hline 7240 & 4\ 97'5 \\ 0 & 0 \\ \hline & 4\ 97\ 5 \end{array}$$

$$249. \sqrt{7\frac{1}{4}, 12} = 8,6 \text{ (до 0,1)} = 8,60 \text{ (до 0,01)} = 8,609 \text{ (до 0,001)}.$$

$$\begin{array}{r|l} 166 & 101'2 \\ 6 & 99\ 6 \\ \hline 17209 & 16000'0 \\ 9 & 15488\ 1 \\ \hline & 511\ 9 \end{array}$$

$$249. \sqrt{83,5\ 3} = 9,1 \text{ (до 0,1)} = 9,13 \text{ (до 0,01)} = 9,139 \text{ (до 0,001)}.$$

$$\begin{array}{r|l} 1812 & 5'3 \\ 11 & 8\ 1 \\ \hline 1823 & 7\ 20'0 \\ 3 & 5\ 46\ 9 \\ \hline 18269 & 1\ 73\ 10'0 \\ 9 & 1\ 64\ 42\ 1 \\ \hline & 8\ 67\ 9 \end{array}$$

$$250. \sqrt[9]{9,26'47} = 3,0 \text{ (до } 0,1) = 3,04 \text{ (до } 0,01) = 3,043 \text{ (до } 0,001).$$

604	26 4'7
4	24 1 6
6083	2 3 10'0
8	1 8 24 9
4 85 1	

$$250. \sqrt[4]{4,72'93} = 2,1 \text{ (до } 0,1) = 2,17 \text{ (до } 0,01) = 2,174 \text{ (до } 0,001).$$

41	7 '2
1	4 1
4273	18'3
72	98 9
4344	20 40'0
4	17 37 6
3 02 4	

$$251. \sqrt[36]{0,40} = 0,6 \text{ (до } 0,1) = 0,63 \text{ (до } 0,01) = 0,632 \text{ (до } 0,01).$$

123	40'0
3	36 9
1262	3 10'0
2	2 52 4
57 6	

$$251. \sqrt[64]{0,70} = 0,8 \text{ (до } 0,1) = 0,83 \text{ (до } 0,01) = 0,836 \text{ (до } 0,001).$$

163	60'0
3	48 9
1666	11'10'0
6	9 99 6
1 10 4	

$$252. \sqrt[4]{6,72} = 2,5 \text{ (до } 0,1) = 2,59 \text{ (до } 0,01) = 2,592 \text{ (до } 0,001).$$

45	2 7'2
5	2 2 5
509	4 70'0
9	4 58 1
5182	11 90'2
2	10 36 4
1 53 6	



$$252. \sqrt[9]{9,53} = 3,0 \text{ (до } 0,1) = 3,08 \text{ (до } 0,01) = 3,087 \text{ (до } 0,001).$$

608	5 30'0
8	4 86 4
6167	43 60'0
7	43 16 9
43 1	

$$253. \sqrt[36]{43,3560} = 6,5 \text{ (до } 0,1) = 6,58 \text{ (до } 0,01) = 6,584 \text{ (до } 0,001).$$

125	7 3'5
5	6 2 5
1308	1 1 06'0
8	1 0 46 4
13164	59 60'6
4	52 65 6
6 94 4	

$$253. \sqrt[49]{60,7560} = 7,7 \text{ до } 0,1 = 7,79 \text{ (до } 0,01) = 7,794 \text{ (до } 0,001).$$

147	11 7'5
7	10 2 9
1549	1 4 6 6'0
9	3 9 4 1
15594	7 1 90'0
4	6 2 33 6
9 56 4	

$$254. \sqrt[64]{0,00080} = 0,0 \text{ (до } 0,1) = 0,08 \text{ (до } 0,01) = 0,089 \text{ (до } 0,001).$$

1 69	160'0
9	152 1
7 9	

$$254. \sqrt[25]{0,00030} = 0,0 \text{ (до } 0,1) = 0,05 \text{ (до } 0,01) = 0,054 \text{ (до } 0,001).$$

1 04	50'0
4	41 6
8 4	

$$255. \sqrt[1]{2,053470} = 1,4 \text{ (до } 0,1) = 1,43 \text{ (до } 0,01) = 1,432 \text{ (до } 0,001).$$

24	1 0'5
4	9 6
283	9 3'4
3	8 4 9
2882	8 5 7'0
2	5 7 2 4
2 8 4 6	

265.  $\sqrt[4]{6,007890} = 2,2$  ( $\times 0,1$ )  $= 2,23$  ( $\times 0,01$ )  $= 2,237$  ( $\times 0,001$ ).

42	1 0'0
2	8 4
443	1 6 7'5
3	1 3 2 9
4487	8 4 6 9'0
7	3 1 2 6 9
3 4 2 1	

556.  $\sqrt[9]{12,50} = 3,5$  ( $\times 0,1$ )  $= 3,53$  ( $\times 0,01$ )  $= 3,535$  ( $\times 0,001$ ).

65	35'0
5	32 5
709	2 50'0
3	2 10 9
7085	39 10'0
5	35 32 5
3 7 7 5	

256.  $\sqrt[49]{49,90} = 7,0$  ( $\times 0,1$ )  $= 7,06$  ( $\times 0,01$ )  $= 7,063$  ( $\times 0,001$ ).

1406	9 00'0
68	43 6
14123	56 40'0
3	42 36 9
14 03 1	

257.  $\sqrt[64]{64,25} = 8,0$  ( $\times 0,1$ )  $= 8,01$  ( $\times 0,01$ )  $= 8,015$  ( $\times 0,001$ ).

1601	2 50'0
1	1 60 1
16025	89 90'0
5	80 12 5
9 77 5	

257.  $\sqrt[86]{36,81} = 6,0$  ( $\times 0,1$ )  $= 6,06$  ( $\times 0,01$ )  $= 6,067$  ( $\times 0,001$ ).

1206	8 10'0
67	23 6
12127	86 40'0
7	84 88 9
1 51 1	

$$258. \sqrt{0,6250} = 0,7 \text{ (до } 0,1) = 0,79 \text{ (до } 0,01) = 0,790 \text{ (до } 0,001) = 0,7906 \text{ (до } 0,0001).$$

149	13 5'0
9	13 4 1
1590	90'0
0	0
90 0	

$$259. \sqrt{0,2560} = 0,5 \text{ (до } 0,1) = 0,50 \text{ (до } 0,01) = 0,505 \text{ (до } 0,001).$$

1005	6 00'0
55	02 5
97 5	

$$259. \sqrt{0,23567897} = 0,4 \text{ (до } 0,1) = 0,48 \text{ (до } 0,01) = 0,485 \text{ (до } 0,001) = 0,4854 \text{ (до } 0,0001).$$

88	75'6
8	70 4
965	5 27'8
5	4 82 5
9704	45 39'7
4	38 81 6
658 1	

$$259. \sqrt{0,31567823} = 0,5 \text{ (до } 0,1) = 0,56 \text{ (до } 0,01) = 0,561 \text{ (до } 0,001) = 0,5618 \text{ (до } 0,0001).$$

106	65'6
6	68 6
1121	2 07'8
1	1 12 1
11229	95 72'3
8	89 82 4
589 9	

$$260. \sqrt{6,00057810} = 2,4 \text{ (до } 0,1) = 2,41 \text{ (до } 0,01) = 2,449 \text{ (до } 0,001) = 2,4496 \text{ (до } 0,0001).$$

44	20'0
4	17 6
494	2 40'5
4	1 93 6
4889	46 97'8
9	44 00 1
48986	2 97 71'0
6	2 93 91 6
3 794	

$$260. \sqrt[4]{4,00'07'9\ 4'10} = 2,0 \text{ (до } 0,1) = 2,00 \text{ (до } 0,01) = 2,000 \text{ (до } 0,001) = 2,0001 \text{ (до } 0,0001).$$

40001	7 94 1'0
1	4 00 0 9
	3 94 0 9

## § 7. Извлечение кубическихъ корней.

$$261. \sqrt[3]{4'9\ 13} = 17.$$

3.1 <sup>3</sup> =3	3 9'13
3.1 <sup>3</sup> .7 ...	2 1 00
3.2.7 <sup>2</sup> ...	1 4 70
7 <sup>3</sup> ...	3 43
	3 9 13
	0

$$261. \sqrt[3]{12'1\ 67} = 23.$$

3.2 <sup>2</sup> =12	4 1'67
3.2 <sup>2</sup> .3 ...	3 6 00
3.2.3 <sup>3</sup> ...	5 40
3 <sup>3</sup> ...	27
	4 1 67
	0

$$262. \sqrt[3]{82'7\ 68} = 32.$$

3.2 <sup>2</sup> =27	57'6 8
3.3 <sup>2</sup> .2 ...	5 4'00
3.2.2 <sup>2</sup> ...	3 60
8 <sup>3</sup> ...	8
	5 7 68
	0

$$262. \sqrt[3]{91'1\ 25} = 45.$$

3.4 <sup>2</sup> =48	27 1'25
3.4 <sup>2</sup> .5 ...	24 0 00
3.4.5 <sup>2</sup> ...	3 0 00
5 <sup>3</sup> ...	1 25
	27 1 25
	0

$$263. \sqrt[3]{21'9\ 52} = 28.$$

3.2 <sup>2</sup> =12	13 7'52
3.2 <sup>2</sup> .5 ...	9 6 00
3.2.8 <sup>2</sup> ...	3 8 40
8 <sup>3</sup> ...	5 12
	13 9 52
	0

$$263. \sqrt[3]{4'0\ 96} = 16.$$

3.1 <sup>2</sup> =3	3 0'96
3.1 <sup>2</sup> .6 ...	1 8 00
3.1.6 <sup>2</sup> ...	1 0 80
6 <sup>3</sup> ...	2 16
	3 0'96
	0

$$264. \sqrt[3]{74'0\ 88} = 42.$$

3.4 <sup>2</sup> =48	10 0'88
3.4 <sup>2</sup> .2 ...	9 6 00
3.4.2 <sup>2</sup> ...	4 80
2 <sup>3</sup> ...	8
	10 0 88
	0

$$264. \sqrt[3]{50'3\ 19} = 39.$$

3.3 <sup>2</sup> =27	32 3'19
3.3 <sup>2</sup> .9 ...	24 3 00
3.3.9 <sup>2</sup> ...	7 2 90
9 <sup>3</sup> ...	7 29
	32 3 19
	0

$$265. \sqrt[3]{132'6\ 51} = 51.$$

125	
3.5 <sup>2</sup> =75	7 6'51
3.5 <sup>2</sup> .1 ...	7 5 00
3.5 .1 <sup>2</sup> ...	1 50
1 <sup>3</sup> ...	1
	7 6 51
	0

$$266. \sqrt[3]{551'3\ 68} = 82.$$

512	
3.9 <sup>2</sup> =192	39 3'68
3.8 <sup>2</sup> .2 ...	38 4 00
3.8 .2 <sup>2</sup> ...	9 60
2 <sup>3</sup> ...	8
	39 3 68
	0

$$267. \sqrt[3]{753'5\ 71} = 91.$$

729	
3.9 <sup>2</sup> =243	24 5'71
3.9 <sup>2</sup> .1 ...	24 3 00
3.9 .1 <sup>2</sup> ...	2 70
1 <sup>3</sup> ...	1
	24 5 71
	0

$$268. \sqrt[3]{884'7\ 36'000} = 960.$$

729	
3.9 <sup>2</sup> =243	155 7'36
3.9 <sup>2</sup> .6 ...	145 8 00
3.9 .6 <sup>2</sup> ...	9 7 20
6 <sup>3</sup> ...	2 16
	155 7 36
	0

$$269. \sqrt[3]{157'4\ 64} = 54.$$

125	
3.5 <sup>2</sup> =75	32 4'64
3.5 <sup>2</sup> .4 ...	30 0 00
3.5 .4 <sup>2</sup> ...	2 4 00
4 <sup>3</sup> ...	64
	32 4 64
	0

$$265. \sqrt[3]{238'3\ 28} = 62.$$

216	
3.6 <sup>2</sup> =108	22 3'28
3.6 <sup>2</sup> .2 ...	21 6 00
3.6 .2 <sup>2</sup> ...	7 20
2 <sup>3</sup> ...	8
	22 3 28
	0

$$266. \sqrt[3]{357'9\ 11} = 71.$$

343	
3.7 <sup>3</sup> =147	14 9'11
3.7 <sup>2</sup> .1 ...	14 7 00
3.7 .1 <sup>2</sup> ...	2 10
1 <sup>3</sup> ...	1
	14 9 11
	0

$$267. \sqrt[3]{658'5\ 03} = 87.$$

512	
3.8 <sup>3</sup> =192	146 5'03
3.8 <sup>2</sup> .7 ...	134 4 00
3.8 .7 <sup>2</sup> ...	11 7 60
7 <sup>3</sup> ...	3 43
	146 5 03
	0

$$268. \sqrt[3]{421'8\ 75'000} = 750.$$

343	
3.7 <sup>2</sup> =147	78 8'75
3.7 <sup>2</sup> .5 ...	78 5 00
3.7 .5 <sup>2</sup> ...	5 2 50
5 <sup>3</sup> ...	1 25
	78 8 75
	0

$$269. \sqrt[3]{314'43\ 2} = 68.$$

216	
3.6 <sup>2</sup> =108	98 4'32
3.6 <sup>2</sup> .8 ...	85 4 00
3.6 .8 <sup>2</sup> ...	11 5 20
8 <sup>3</sup> ...	5 12
	98 4 32
	0

$$270. \sqrt[3]{85'1\ 84'000}=410.$$

64	
3. 4 <sup>2</sup> =48	21 1'84
3. 4 <sup>3</sup> . 4 ...	19 2 00
3. 4. 4 <sup>2</sup> ...	1 9 20
4 <sup>3</sup> ...	64
	21 1 84
	0

$$270. \sqrt[3]{970'2\ 99'000}=990.$$

729	
3. 9 <sup>2</sup> =243	241 2'99
3. 9 <sup>3</sup> . 9 ...	218 7 00
3. 9. 9 <sup>2</sup> ...	21 8 70
9 <sup>3</sup> ...	7 29
	241 2 99
	0

$$271. \sqrt[3]{3'6\ 52'2\ 64}=154.$$

1	
3. 1 <sup>3</sup> =3	2 6'52
3. 1 <sup>3</sup> . 5 ...	1 5 00
3. 1. 5 <sup>3</sup> ...	7 50
5 <sup>3</sup> ...	1 25
	2 3 75
3. 15 <sup>2</sup> =675	2 77 2'64
3. 15 <sup>3</sup> . 4 ...	2 70 0 00
3. 15. 4 <sup>2</sup> ...	7 2 00
4 <sup>3</sup> ...	64
	2 77 2 64
	0

$$271. \sqrt[3]{9'6\ 63'5\ 97}=213.$$

8	
3. 2 <sup>2</sup> =12	1 6'63
3. 2 <sup>3</sup> . 1 ...	1 2 00
3. 2. 1 <sup>2</sup> ...	60
1 <sup>3</sup> ...	1
	1 2 61
3. 21 <sup>2</sup> =1323	4 02 5'97
3. 21 <sup>3</sup> . 3 ...	3 96 9 00
3. 21. 3 <sup>2</sup> ...	5 6 70
3 <sup>3</sup> ...	27
	4 02 5 97
	0

$$272. \sqrt[3]{30'9\ 59'1\ 44}=314.$$

27	
3. 8 <sup>3</sup> =27	3 9'59
3. 8 <sup>3</sup> . 1 ...	2 7 00
3. 8. 1 <sup>2</sup> ...	90
1 <sup>3</sup> ...	1
	2 7 91
3. 31 <sup>2</sup> =2883	1 1 68 1'44
3. 31 <sup>3</sup> . 4 ...	1 1 53 2 00
3. 31. 4 <sup>2</sup> ...	1 48 8 80
4 <sup>3</sup> ...	64
	1 1 68 1 44
	0

$$272. \sqrt[3]{71'4\ 73'8\ 75}=415.$$

64	
3. 4 <sup>2</sup> =48	74 7'3
3. 4 <sup>3</sup> . 1 ...	48 0 0
3. 4. 1 <sup>2</sup> ...	1 2 0
1 <sup>3</sup> ...	1
	49 2 1
3. 41 <sup>2</sup> =5043	25 5 23'75
3. 41 <sup>3</sup> . 5 ...	25 2 15 00
3. 41. 5 <sup>2</sup> ...	3 07 50
5 <sup>3</sup> ...	1 25
	25 5 23 75
	0

$$273. \sqrt[3]{8'7\ 41'8\ 16=206.} \\ 8$$

$3.20^2=1200$	741 8'16
$3.20^2.6 \dots$	720 0 00
$3.20 .6^2\dots$	21 6 00
$6^3\dots$	2 16
	7 41 8 16
	0

$$273. \sqrt[3]{28'652'6\ 16=306.} \\ 27$$

$3.30^2=2700$	1 652 6'16
$3.30^2.6 \dots$	1 620 0 00
$3.30 .6^2\dots$	32 4 00
$6^3\dots$	2 16
	1 652 6 16
	0

$$274. \sqrt[3]{137'3\ 88'0\ 96=516.} \\ 125$$

$3.5^2=75$	12 3'88
$3.5^2.1 \dots$	7 5 00
$3.5 .1^2\dots$	1 50
$1^3\dots$	1
	7 6 51
$3.51^2=7803$	47 3 70'96
$3.51^2.6 \dots$	46 8 18 00
$3.51 .6^2\dots$	5 50 80
$6^3\dots$	216
	47 3 70 96
	0

$$274. \sqrt[3]{34'6\ 45'9\ 76=326.} \\ 27$$

$3.3^2=27$	7 6'45
$3.3^2.2 \dots$	5 4 00
$3.3 .2^2\dots$	3 60
$2^3\dots$	8
	5 7 68
$3.32^2=3072$	1 8 779'76
$3.32^2.6 \dots$	1 8 432 00
$3.32 .6^2\dots$	345 60
$6^3\dots$	2 16
	1 8 779 76
	0

$$275. \sqrt[3]{539'3\ 53'1\ 44=814.} \\ 512$$

$3.8^2=192$	27 3'53
$3.8^2.1 \dots$	19 2 00
$3.8 .1^2\dots$	2 40
$1^3\dots$	1
	19 4 41
$3.81^2=19683$	7 9 12 1'44
$3.81^2.4 \dots$	7 8 73 2 00
$3.81 .4^2\dots$	38 8 80
$4^3\dots$	64
	7 9 12 1 44
	0

$$275. \sqrt[3]{146'3\ 63'1\ 83=527.} \\ 125$$

$3.5^2=75$	21 3'63
$3.5^2.2 \dots$	15 0 00
$3.5 .2^2\dots$	6 00
$2^3\dots$	8
	15 6 08
$3.52^2=8112$	57 5 51'83
$3.52^2.7 \dots$	56 7 84 00
$3.52 .7^2\dots$	7 6 4 40
$7^3\dots$	3 43
	57 5 52 83
	0

$$276. \sqrt[3]{139'7\ 98'3\ 59=519.}$$

125

3.5 <sup>2</sup> =75	147'98
3.5 <sup>2</sup> .1...	75 00
3.5 <sup>2</sup> .1 <sup>2</sup> ...	150
1 <sup>3</sup> ...	1
	7651
3.51 <sup>2</sup> =7503	7147'359
3.51 <sup>2</sup> .9...	7022'700
3.51 <sup>2</sup> .9 <sup>2</sup> ...	123'930
9 <sup>3</sup> ...	729
	7147'359
	0

$$277. \sqrt[3]{612'8\ 35'8\ 64=854.}$$

512

3.8 <sup>2</sup> =102	1108'35
3.8 <sup>2</sup> .5...	96000
3.8 <sup>2</sup> .5 <sup>2</sup> ...	6000
5 <sup>3</sup> ...	125
	102125
3.85 <sup>2</sup> =21675	8710'8'64
3.85 <sup>2</sup> .4...	8670000
3.85 <sup>2</sup> .4 <sup>2</sup> ...	40800
4 <sup>3</sup> ...	64
	8710'8'64
	0

$$278. \sqrt[3]{849'2\ 78'1\ 23=947.}$$

729

3.9 <sup>2</sup> =243	1202'78
3.9 <sup>2</sup> .4...	97200
3.9 <sup>2</sup> .4 <sup>2</sup> ...	4320
4 <sup>3</sup> ...	64
	101554
3.94 <sup>2</sup> =27506	15694'123
3.94 <sup>2</sup> .7...	15555'609
3.94 <sup>2</sup> .7 <sup>2</sup> ...	126180
7 <sup>3</sup> ...	343
	15694'123
	0

$$276. \sqrt[3]{96'0\ 71'9\ 12=458.}$$

64

3.4 <sup>2</sup> =48	320'71
3.4 <sup>2</sup> .5...	24000
3.4 <sup>2</sup> .5 <sup>2</sup> ...	3000
5 <sup>3</sup> ...	125
	27125
3.45 <sup>2</sup> =6075	4946'9'12
3.45 <sup>2</sup> .8...	4860000
3.45 <sup>2</sup> .8 <sup>2</sup> ...	86400
8 <sup>3</sup> ...	512
	4946'9'12
	0

$$277. \sqrt[3]{401'9\ 47'2\ 72=733.}$$

343

3.7 <sup>2</sup> =147	589'47
3.7 <sup>2</sup> .3...	44100
3.7 <sup>2</sup> .3 <sup>2</sup> ...	1890
3 <sup>3</sup> ...	27
	46017
3.73 <sup>2</sup> =15987	12930'2'72
3.73 <sup>2</sup> .8...	12789'600
3.73 <sup>2</sup> .8 <sup>2</sup> ...	140160
8 <sup>3</sup> ...	512
	12930'2'72
	0

$$278. \sqrt[3]{445'9\ 43'7\ 44=734.}$$

343

3.7 <sup>2</sup> =147	1029'43
3.7 <sup>2</sup> .6...	88200
3.7 <sup>2</sup> .6 <sup>2</sup> ...	7560
6 <sup>3</sup> ...	216
	95976
3.76 <sup>2</sup> =17226	69677'44
3.76 <sup>2</sup> .4...	69312'80
3.76 <sup>2</sup> .4 <sup>2</sup> ...	36480
4 <sup>3</sup> ...	64
	69677'44
	0



279.  $\sqrt[3]{134'4\ 53'7\ 95'867=5123.}$   
125

$3.5^2=75$	9 4'53
$3.5^3.1^3...$	7 5 00
$3.5.1^2...$	1 50
$1^3...$	1
	7 6 51
$3.51^2=7803$	1 8 02 7'95
$3.51^2.2...$	1 5 60 6 00
$3.51.2^2...$	6 1 20
$2^3...$	8
	1 5 66 7 28
$3.512^3=786432$	2 36 06 7 8'67
$3.512^2.3...$	2 35 9 20 6 00
$3.512.3^2...$	1 88 2 40
$3^3...$	27
	2 36 0 6 78 67
	0

280.  $\sqrt[3]{15'8\ 88'9\ 72'744=2514.}$   
8

$3.2^2=12$	7 8'88
$3.2^2.5...$	6 0 00
$3.2.5^2...$	1 5 00
$5^3...$	1 25
	7 6 25
$3.25^2=1875$	2 63 9'72
$3.25^2.1...$	1 87 5 00
$3.25.1^2...$	7 50
$1^3...$	1
	1 88 2 51
$3.251^2=189003$	75 7 21 7'44
$3.251^2.4...$	75 6 01 2 00
$3.251.4^2...$	1 20 4 80
$4^3...$	64
	75 7 21 7 44
	0

281.  $\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{3}{5}.$

282.  $\sqrt[3]{\frac{243}{729}} = \frac{7}{9}.$

279.  $\sqrt[3]{219'365'3\ 27'791=6031.}$   
216

$3.60^2=10800$	3 365 3'27
$3.60^2.3...$	3 240 0 00
$3.60.3^2...$	16 2 00
$3^3...$	27
	3 256 2 27
$3.603^2=1090827$	109 1 00 7'91
$3.603^2.1^2...$	109 0 82 7 00
$3.603.1^2...$	18 0 90
$1^3...$	1
	109 1 00 7 91
	0

280.  $\sqrt[3]{34'2\ 33'1\ 50'228=3247.}$   
27

$3.3^2=27$	7 2'33
$3.3^2.2...$	5 4 00
$3.3.2^2...$	3 60
$2^3...$	8
	5 7 68
$3.32^2=3072$	1 4 65 1'50
$3.32^2.4...$	1 2 28 8 00
$3.32.4^2...$	15 3 60
$4^3...$	64
	1 2 44 2 24
$3.324^2=314023$	2 2 09 2 6'28
$3.324^2.7...$	2 2 04 4 96 00
$3.324.7^2...$	4 7 62 80
$7^3...$	3 43
	2 2 0 26 2 23
	0

281.  $\sqrt[3]{\frac{8}{343}} = \frac{2}{7}.$

282.  $\sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \frac{3}{10} = 0.3.$

$$283. \sqrt[3]{15 \frac{5}{8}} = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{5}{2}.$$

$$283. \sqrt[3]{2 \frac{10}{27}} = \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{4}{3}.$$

$$284. \sqrt[3]{\frac{729}{1000000}} = \frac{9}{100} = 0,09.$$

$$284. \sqrt[3]{\frac{343}{1000000}} = \frac{7}{100} = 0,07.$$

$$285. \sqrt[3]{1 \frac{1178}{2197}} = \sqrt[3]{\frac{3375}{2197}} = \frac{15}{13} = 1 \frac{2}{13}, \text{ причём}$$

$$\sqrt[3]{3'3'75} = 15.$$

1	
3.1 <sup>2</sup> =3	2 3'75
3.1 <sup>2</sup> .5 ...	1 5 00
3.1'.5 <sup>2</sup> ...	7 50
5 <sup>3</sup> ...	1 25
<hr/>	
2 3 75	
<hr/>	
0	

$$\sqrt[3]{2'1'97} = 13.$$

1	
3.1 <sup>2</sup> =3	1 1'97
3.1 <sup>2</sup> .3 ...	9 00
3.1'.3 <sup>2</sup> ...	2 70
3 <sup>3</sup> ...	27
<hr/>	
1 1 97	
<hr/>	
0	

$$285. \sqrt[3]{2 \frac{1457}{1728}} = \sqrt[3]{\frac{4913}{1728}} = \frac{17}{12} = 1 \frac{5}{12}, \text{ причём}$$

$$\sqrt[3]{4'9'13} = 17.$$

1	
3.1 <sup>2</sup> =3	3 9'13
3.1 <sup>2</sup> .7 ...	2 1 00
3.1'.7 <sup>2</sup> ...	1 4 70
7 <sup>3</sup> ...	3 43
<hr/>	
3 9 13	
<hr/>	
0	

$$\sqrt[3]{1'7'28} = 12.$$

1	
3.1 <sup>2</sup> =3	7'28
3.1 <sup>2</sup> .2 ...	6 00
3.1'.2 <sup>2</sup> ...	1 20
2 <sup>3</sup> ...	8
<hr/>	
7 28	
<hr/>	
0	

$$286. \sqrt[3]{72 \frac{73}{216}} = \sqrt[3]{\frac{15625}{125}} = \frac{25}{5} = 5 \frac{1}{5}, \text{ причём}$$

$$\sqrt[3]{15'6'25} = 25.$$

8	
3.2 <sup>2</sup> =12	7 6'25
3.2 <sup>2</sup> .5 ...	6 0 00
3.2'.4 <sup>2</sup> ...	1 5 00
5 <sup>3</sup> ...	1 25
<hr/>	
7 6 25	
<hr/>	
0	

$$256. \sqrt[3]{257 \frac{62}{125}} = \sqrt[3]{\frac{31937}{125}} = \frac{31}{5} = 6 \frac{1}{5} = 6,6, \text{ причесь.}$$

$$\sqrt[3]{35'9 \ 37} = 33.$$

$3 \cdot 3^2 = 27$	5 9'37
$3 \cdot 3^2 \cdot 3 \dots$	8 1 00
$3 \cdot 3 \cdot 3^2 \dots$	8 10
$3^3 \dots$	27
	8 9 37
	0

$$257. \sqrt[3]{0,004'0 \ 96} = 0,16.$$

$3 \cdot 1^2 = 3$	3 0'96
$3 \cdot 1^2 \cdot 6 \dots$	1 8 00
$3 \cdot 1 \cdot 6^2 \dots$	1 0 80
$6^3 \dots$	2 16
	3 0 96
	0

$$287. \sqrt[3]{0,006'8 \ 59} = 0,19.$$

$3 \cdot 1^2 = 3$	5 8'59
$3 \cdot 1^2 \cdot 9 \dots$	2 7 00
$3 \cdot 1 \cdot 9^2 \dots$	2 4 80
$9^3 \dots$	7 29
	5 8 59
	0

$$288. \sqrt[3]{68,9 \ 21} = 4,1.$$

$3 \cdot 4^2 = 48$	4 9 21
$3 \cdot 4^2 \cdot 1 \dots$	4 8 00
$3 \cdot 4 \cdot 1^2 \dots$	1 20
$1^3 \dots$	1
	4 9 21
	0

$$288. \sqrt[3]{50,653} = 3,7.$$

$3 \cdot 3^2 = 27$	23 6'53
$3 \cdot 3^2 \cdot 7 \dots$	18 9 00
$3 \cdot 3 \cdot 7^2 \dots$	4 4 10
$7^3 \dots$	34 3
	23 6 53
	0

$$289. \sqrt[3]{0,000'005'8 \ 32} = 0,018.$$

$3 \cdot 1^2 = 3$	4 8 32
$3 \cdot 1^2 \cdot 8 \dots$	2 4 00
$3 \cdot 1 \cdot 8^3 \dots$	1 9 20
$8^3 \dots$	5 12
	4 8 32
	0

$$289. \sqrt[3]{0,000'175'6 \ 16} = 0,056.$$

$3 \cdot 5^2 = 75$	50 6'16
$3 \cdot 5^2 \cdot 6 \dots$	45 0 00
$3 \cdot 5 \cdot 6^3 \dots$	5 4 00
$6^3 \dots$	2 16
	50 6 16
	0

$$290. \sqrt[3]{0,000'030'664'297} = 0,0313.$$

27	
$3 \cdot 3^2 = 27$	3 6'64
$3 \cdot 3^2 \cdot 1 \dots$	2 7 00
$3 \cdot 3 \cdot 1^2 \dots$	90
$1^3 \dots$	1
<hr/>	
	2 7 91
$3 \cdot 31^2 = 2883$	8 732'97
$3 \cdot 31^2 \cdot 3 \dots$	8 649 00
$3 \cdot 31 \cdot 3^2 \dots$	83 70
$3^3 \dots$	27
<hr/>	
	8 732 97
<hr/>	
0	

$$290. \sqrt[3]{0,000'055'3 06'341} = 0,0351.$$

27	
$3 \cdot 3^2 = 27$	28 3'06
$3 \cdot 3^2 \cdot 8 \dots$	21 6 00
$3 \cdot 3 \cdot 8^2 \dots$	5 7 60
$8^3 \dots$	5 12
<hr/>	
	27 8 72
$3 \cdot 35^2 = 4332$	4 34 3'41
$3 \cdot 35^2 \cdot 1 \dots$	4 33 2 00
$3 \cdot 35 \cdot 1^2 \dots$	1 1 40
$1^3 \dots$	1
<hr/>	
	4 34 3 41
<hr/>	
0	

### § 8. Приближенное извлечение кубических корней.

*Замѣчаніе.* При рѣшеніи примѣровъ 291—296 слѣдуетъ имѣть въ виду

$$\sqrt[3]{A} \left( \text{до } \frac{1}{K} \right) = \frac{\sqrt[3]{A \cdot K^3} (\text{до } 1)}{K}.$$

$$291. \sqrt[3]{4} \left( \text{до } \frac{1}{5} \right) = \frac{\sqrt[3]{4 \cdot 5^3}}{5} = \frac{\sqrt[3]{500}}{5} = \frac{7}{5} \text{ (съ недостаткомъ) и } \frac{8}{5} \text{ (съ избыткомъ).}$$

$$291. \sqrt[3]{15} \left( \text{до } \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt[3]{15 \cdot 2^3}}{2} = \frac{\sqrt[3]{120}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ (съ нед.) и } \frac{5}{2} \text{ (съ изб.).}$$

$$292. \sqrt[3]{21} \left( \text{до } \frac{1}{6} \right) = \frac{\sqrt[3]{21 \cdot 6^3}}{6} = \frac{\sqrt[3]{4536}}{6} = \frac{16}{6} \text{ (съ нед.)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt[3]{216} = 6. \\ \begin{array}{r} 1 \\ 3 \cdot 1^2 = 3 \quad 15 \cdot 36 \\ 3 \cdot 1^2 \cdot 6 \quad 15 \cdot 06 \\ 3 \cdot 1 \cdot 6^2 \quad 10 \cdot 80 \\ 6^3 \quad 216 \\ \hline 30 \cdot 00 \\ \hline \text{ост} = 4 \cdot 40 \end{array} \end{array} \right.$$

$\frac{17}{6}$  (съ изб.), причѣмъ

$$292. \sqrt[3]{3} \left( \text{до } \frac{1}{7} \right) = \frac{\sqrt[3]{3 \cdot 7^3}}{7} = \frac{\sqrt[3]{1029}}{7} = \frac{10}{7} \text{ съ нед. и } \frac{11}{7} \text{ (съ изб.)},$$

$$293. \sqrt[3]{2} \left( 10 \frac{1}{100} \right) = \frac{\sqrt[3]{2 \cdot 100^3}}{100} =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{2000000}}{100} = \frac{125}{100} = 1,25 \text{ (съ нед.) и } \frac{126}{100} =$$

$$= 1,26 \text{ (съ изб.), причежъ}$$

$\sqrt[3]{2'000'000} = 125.$	
1	
$3 \cdot 1^2 = 3$	10'00
$3 \cdot 1^2 \cdot 2 \dots$	6 00
$3 \cdot 1 \cdot 2^2 \dots$	1 20
$2^3 \dots$	8
	7 28
$3 \cdot 12^2 = 432$	2 72 0'00
$3 \cdot 12^2 \cdot 5 \dots$	2 16 0 00
$3 \cdot 12 \cdot 5^2 \dots$	9 0 00
$5^3 \dots$	1 25
	2 25 1 25
ост. = 46 8 75	

Указаніе. Этотъ и аналогичные примѣры можно рѣшать и такъ  $\sqrt[3]{2} \left( 10 \frac{1}{100} = \right.$

$$\left. = \sqrt[3]{2} (10 \ 0 \ 01) = \sqrt[3]{2} = 1,25 \text{ (съ нед.)} = 1,26 \text{ (съ изб.).}$$

1	
$3 \cdot 1^2 = 3$	10 00
$3 \cdot 1^2 \cdot 2$	6 00
$3 \cdot 1 \cdot 2^2$	1 20
	8
	7 28
$3 \cdot 12^2 = 432$	2 720'00
$3 \cdot 12^2 \cdot 5$	2 160 00
$3 \cdot 12 \cdot 5^2$	90 00
$5^3$	1 25
	2 251 25
ост. = 468 75	

293  $\sqrt[3]{9} \left( 10 \frac{1}{100} \right) =$  и указаніе къ предыдущей задачѣ  $\frac{\sqrt[3]{9 \cdot 100^3}}{100} = \frac{\sqrt[3]{9000000}}{100} = \frac{209}{100} = 2,08$

(съ нед.) и  $\frac{209}{100} = 2,09 \text{ (съ изб.), причежъ}$

$\sqrt[3]{9'000'000} = 208.$	
9	
$3 \cdot 20^2 = 1200$	1 0 00 0'00
$3 \cdot 20^2 \cdot 8 \dots$	9 0 0 00
$3 \cdot 20 \cdot 8^2 \dots$	38 4 00
$8^3 \dots$	5 12
	998 9 12
ост. = 1 0 88	

$$294. \sqrt[3]{40 \left(10 \frac{1}{25}\right)} = \frac{\sqrt[3]{40 \cdot 25^3}}{25} = \frac{\sqrt[3]{625000}}{25} =$$

$$= \frac{85}{25} \text{ (съ нед.) и } \frac{86}{25} \text{ (съ изб.), причежъ}$$

$$294. \sqrt[3]{24 \left(10 \frac{1}{30}\right)} = \frac{\sqrt[3]{24 \cdot 30^3}}{30} = \frac{\sqrt[3]{648000}}{30} =$$

$$= \frac{86}{30} \text{ (съ нед.) и } \frac{87}{30} \text{ (съ изб.), причежъ}$$

$$295. \sqrt[3]{2 \frac{1}{4} \left(10 \frac{1}{10}\right)} = \sqrt[3]{\frac{9}{4} \left(10 \frac{1}{10}\right)} =$$

$$= \frac{1}{10} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{4} \cdot 10^3} = \frac{1}{10} \sqrt[3]{2'250} = \frac{13}{10} = 1,3 \text{ (съ нед.)}$$

$$\text{и } \frac{14}{10} = 1,4 \text{ (съ изб.), причежъ}$$

$$295. \sqrt[3]{3 \frac{1}{8} \left(10 \frac{1}{10}\right)} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{8} \cdot 10^3} =$$

$$= \frac{1}{10} \sqrt[3]{3125} = \frac{1}{10} \cdot 14 = 1,4 \text{ (съ нед.) и } 1,5 \text{ (съ изб.),}$$

причежъ

$$296. \sqrt[3]{\frac{25}{9} \left(10 \frac{1}{100}\right)} = \frac{1}{100} \sqrt[3]{\frac{25}{9} \cdot 10^3} =$$

$$= \frac{1}{100} \sqrt[3]{\frac{2500000}{9}} = \frac{1}{100} \sqrt[3]{2777777 \frac{7}{9}} =$$

$$= \frac{140}{100} = 1,40 \text{ (съ нед.) и } 1,41 \text{ (съ изб.), причежъ}$$

$$\sqrt[3]{625'000} = 85$$

3.8 <sup>2</sup> =192	113 0'00
3.8 <sup>2</sup> .5...	96 0 00
3.8 <sup>2</sup> .5 <sup>3</sup> ...	6 0 00
5 <sup>3</sup> ...	1 25
	102 1 25
ост.	= 10 8 75

$$\sqrt[3]{648'000} = 86$$

3.8 <sup>2</sup> =192	136 0'00
3.8 <sup>2</sup> .6...	115 2 00
3.8 <sup>2</sup> .6 <sup>2</sup> ...	8 6 40
6 <sup>3</sup> ...	2 16
	124 0 56
ост.	= 11 9 44

$$\sqrt[3]{2'250} = 13$$

3.1 <sup>2</sup> =3	1 2'50
3.1 <sup>2</sup> .3...	9 00
3.1 <sup>2</sup> .3 <sup>2</sup> ...	2 70
3 <sup>3</sup> ...	27
	1 1 97
ост.	= 53

$$\sqrt[3]{3'125} = 14$$

3.1 <sup>2</sup> =3	2 1'25
3.1 <sup>2</sup> .4...	1 2 00
3.1 <sup>2</sup> .4 <sup>2</sup> ...	4 80
4 <sup>3</sup> ...	64
	1 7 44
ост.	= 3 81

$$\sqrt[3]{2'777'777} = 140$$

3.1 <sup>2</sup> =3	1 7'77
3.1 <sup>2</sup> .4...	1 2 00
3.1 <sup>2</sup> .4 <sup>2</sup> ...	4 80
4 <sup>3</sup> ...	64
	1 7 44
3.14 <sup>2</sup> =588	38 7'77

*Замѣчаніе.* Цѣлая часть  $\sqrt[3]{2777777\frac{7}{9}}$  = цѣл. часть  $\sqrt[3]{2777777}$ .

$$296. \sqrt[3]{\frac{31}{4} \left(10 \frac{1}{100}\right)} = \frac{1}{100} \cdot \sqrt[3]{\frac{31}{4} \cdot 100^3} = \frac{1}{100} \cdot \sqrt[3]{7750000} = \frac{1}{100} \cdot 197 = 1,97 \text{ (съ нед.) и } 1,98 \text{ (съ изб.), причѣмъ}$$

$\sqrt[3]{7750000} = 197$	
3.1 <sup>2</sup> =3	6 7'50
3.1 <sup>2</sup> .9...	2 7 00
3.1.9 <sup>2</sup> ...	2 4 30
9 <sup>3</sup> ...	7 29
	5 8 59
3.19 <sup>2</sup> =1083	8 91 0'00
3.19 <sup>2</sup> .7...	7 58 1 00
3.19.7 <sup>2</sup> ...	27 7 30
7 <sup>3</sup> ...	8 43
	7 86 3 73
	ост. = 1 04 6 27

$$297. \sqrt[3]{0,215 \left(10 \frac{1}{100}\right)} = 0,59 \text{ (съ нед.) и } 0,60 \text{ *} \text{ (съ изб.).}$$

125	
3.5 <sup>2</sup> =75	900 00
3.5 <sup>2</sup> .9...	675 00
3.5.9 <sup>2</sup> ...	121 50
9 <sup>3</sup> ...	7 29
	803 79
	ост. = 96 21

$$297. \sqrt[3]{0,041 \left(10 \frac{1}{100}\right)} = 0,34 \text{ (съ нед.) и } 0,35 \text{ (съ изб.).}$$

27	
3.3 <sup>2</sup> =27	140'00
3.3 <sup>2</sup> .4...	108 00
3.3.4 <sup>2</sup> ...	14 40
4 <sup>3</sup> ...	64
	123 04
	ост. = 16 96

\*) Надо писать именно 0,60, а не 0,6 (почему?).

$$293. \sqrt[8]{0,860} \left( \text{до } \frac{1}{100} \right) = 0,71 \text{ (съ нед.) и } 0,72 \text{ (съ изб.).}$$

343	
3. 7 <sup>2</sup> =147	170'00
3. 7 <sup>2</sup> . 1 ...	147 00
3. 7 . 1 <sup>2</sup> ...	2 10
1 <sup>3</sup> ...	1
	149 11
ост. =	20 89

$$298. \sqrt[8]{0,270} \left( \text{до } \frac{1}{100} \right) = 0,64 \text{ (съ нед.) и } 0,65 \text{ (съ изб.).}$$

216	
3. 6 <sup>2</sup> =108	540'00
3. 6 <sup>2</sup> . 4 ...	432 00
3. 6 . 4 <sup>2</sup> ...	28 80
4 <sup>3</sup> ...	64
	461 44
ост. =	78 56

$$299. \sqrt[8]{0,513'640} \left( \text{до } \frac{1}{10} \right) = 0,8 \text{ (съ нед.) и } 0,9 \text{ (съ изб.).}$$

512
1640

$$299. \sqrt[8]{0,723'560} \left( \text{до } \frac{1}{10} \right) = 0,9 \text{ (съ нед.) и } 0,9 \text{ (съ изб.).}$$

512
211 560

$$300. \sqrt[8]{0,009'560} \left( \text{до } \frac{1}{10^3} \right) = 0,212 \text{ (съ нед.) и } 0,213 \text{ (съ изб.).}$$

8	
3. 2 <sup>2</sup> =12	15'60
3. 2 <sup>2</sup> . 1 ...	12 00
3. 2 . 1 <sup>2</sup> ...	60
1 <sup>3</sup> ...	1
	12 61
3. 21 <sup>2</sup> =1323	2 990'00
3. 21 <sup>2</sup> . 2 ...	2 646 00
3. 21 . 2 <sup>2</sup> ...	25 20
2 <sup>3</sup> ...	8
	2 671 28
	818 72



$$300. \sqrt[3]{0,005'670} \left( \text{до } \frac{1}{10^3} \right) = 0,178 \text{ (съ нед.) и } 0,179 \text{ (съ въз.).}$$

1	
3.1 <sup>2</sup> =3	4 6'70
3.1 <sup>2</sup> .7 ...	2 1 00
3.1.7 <sup>2</sup> ...	1 4 70
7 <sup>2</sup> ...	3 43
	3 9 13
3.17 <sup>2</sup> =867	7 570'00
3.17 <sup>2</sup> .8 ...	6 936 00
3.17.8 <sup>2</sup> ...	326 40
8 <sup>2</sup> ...	5 12
	7 267 52
	302 48

Средней ист. Виноградова  
Средней ист. Добрынина .  
Средней истории Зноико .  
Новой ист. по нов учебн.  
Новой истории Карцева .  
Новой истории Иванова .  
Новой ист. Виноградова .  
Новой ист. Добрынина .  
Новой истории Зноико .  
Русской ист. по нов. учебн.  
Русск. ист. Велляркин. 1 ч.  
Русск. ист. Платонова 2 ч.  
Русск. ист. Елпатьевского  
Русской истории Иванова  
Русск. ист. Острогорского  
Русской ист. Добрынина  
Всобщ. географ. 2-го кл.  
Европы по новейш учебн.  
России по новейш учебн.  
Географ. Крүбера ч. 1-я  
Географ. Крүбера ч. 2-я  
Географ. Европы Крүбера  
Географ. Иванова ч. 1-я  
Географ. Иванова ч. 2-я  
Географ. Европы Иванова ч. 3  
Географ. России Билоха ч. 4

Географ. России Лесгафта .  
Географ. России Курдова  
Отечествовѣдн Курдова  
Отечествовѣд Лесгафта .  
Сравн. геогр по нов. учебн.  
Сравнит. геогр Матченко  
Арифметики Киселева .  
Арифметики по нов. учебн.  
Алгебры Киселева .  
Алгебры по нов. учебн.  
Геометрии Киселева .  
Геометрии по нов. учебн.  
Геометрии Злотанскаго .  
Тригономет. по нов. учебн.  
Физики Краевича .  
Физики Киселева .  
Физики Косоногова .  
Физики по нов. учебн.  
Космографии Шербакова .  
Космографии по нов. учебн.  
Законовѣднн Крюкова  
Законовѣднн Тавстольса .  
Законовѣднн по нов. учебн.  
Логики Челпанова .  
Логики по новейш. учебн.

Психология Чепанова .  
Психология по нов. учебн.  
Церк.-слав. грамматики .  
Церк. слав. грам. Ковалева  
Ист. словеси по нов. учебн.  
ч. 1 в. 1 и 2 и ч. 2 по .  
Ист. словеси. Сиповскаго  
ч. 1 в. 1 и 2 и ч. 2 по .  
Ист. литературы Савод-  
ника ч. 1 и ч. 2 по 35  
Тоже по нов. уч. ч. 1 и 2 по  
Теории словеси. по нов. уч.  
Теории словеси. Шапыгина  
Ботаники Бородин .  
Ботаники по нов. учебн.  
Зоологии Иванова .  
Зоология по нов. учебн.  
Минералогии по нов. учебн.  
Минералогии по Нечаву  
Природовѣднн Лесина  
Природовѣднн по нов. учебн.  
Естества истор. Лесина .  
Естества ист. по нов. учебн.  
Естества ист. Изюмова  
Политич. кой экономии  
Статистики по нов. учебн.

## ТЕМНИКИ

И. И. Анисимов. История рус-  
ской литературы въ во-  
просахъ и отвѣтахъ по Ал-  
ферову, Валталоу и др.  
Вып. 1 и 2 Пушкинъ по .  
Демидовъ. Слово о полку  
Игоревъ .  
В. Назаровъ. Обработанные  
сочинения литературнаго  
характера съ подобны-  
ми планами. — *Содер-  
жаніе и разборъ произв.,  
съ характеристиками  
главныхъ дѣйств. лицъ.*  
Примѣнительно къ курсу  
среднеучебн. заведен.:  
А. Д. Кантемиръ . . . .  
Киевская Русь . . . .  
Сентиментализмъ и Ка-  
ранзинъ. 2 части по .  
Прозв. нар. творч. 2 ч. по  
Петровская эпоха . . .  
Писатели эпохи Екат. II .  
И. С. Тургеневъ. 2 ч. по .  
М. А. Гончаровъ. 2 ч. по .  
А. Н. Островскій . . . .  
Александръ Толстой . . .  
В. А. Жуковскій . . . .  
Л. Н. Толстой. 3 ч. по .  
А. С. Гривбѣдовъ. . . .

М. Ю. Лермонтовъ . . .  
Н. В. Гоголь ч. 1 и 2 по .  
А. С. Пушкинъ. 4 ч по .  
В. Г. Бѣлинскій. риторическ.  
статьи о произведен.:  
А. В. Кольцова . . . .  
В. А. Жуковскаго . . . .  
М. Ю. Лермонтова . . .  
И. Р. Державина . . . .  
А. К. Семеновъ. Планы и  
сочиненія.  
Отвлеченныя темы.  
Пословицы. Разсужденія.  
Историческія темы  
Темы по теор. словеси.  
Темники, курсъ 8-го клас-  
са 2 части по . . . .  
А. К. Семеновъ. Темники-  
Хрестоматія.  
Сочиненія съ планами.  
Курсъ. V класса. Устная  
народная словесность.  
— Начало письменности  
(Проповѣди. Поученія.  
Лѣтописи) — „Слово о  
плку Игоревѣ“ .  
Курсъ VI кл. „Домострой“ .  
— Іованнъ Грозный — Ки.  
А. Курбскій. — Петровск.

эпоха. — Помосновъ. —  
Херасковъ. — Сумаре-  
ковъ — Екатерина II-я .  
— Фонвизинъ. — Державинъ .  
Курсъ VII кл. Вып. I. Ка-  
рамзинъ — Жуковскій .  
Батинъ — Гоголь .  
Александръ — Григорьевъ .  
Курсъ VII кл. Вып. 2-ой.  
Пушкинъ — Кольцовъ .  
Лермонтовъ — Гоголь .  
Курсъ VIII кл. Тургеневъ .  
— Гичаровъ — Л. Н. Тол-  
стой. Достоевскій. — Не-  
расковъ — Островскій .  
Ал. Толстой . . . .  
А. К. Семеновъ.  
Русскій былинный эпосъ.  
— ар. дн. — эпическое  
творчество — Старше  
богатыри. — Младше  
богатыри. Курсъ V кл.  
Народная словесность.  
Историческія пѣсни.  
Духовныя стихи — Скаж-  
ки и пословицы. Обра-  
данныя бытовыя пѣсни.  
Курсъ V-го класса. . . .